

9.3.5.2. Denklemler ve Eşitsizlikler ile İlgili Problemler



Mustafa, Sanem ve Ebru'nun yaşları ile ilgili aşağıdakiler biliniyor.

- ❖ Yaşları iki basamaklı birer tam sayıdır.
- ❖ Mustafa'nın yaşını oluşturan iki rakam yer değiştirince Sanem'in yaşını vermektedir.
- ❖ Mustafa ile Sanem'in yaşlarının toplamı Ebru'nun yaşının 11 katıdır.
- ❖ Sanem'in yaşı Ebru'nun yaşının 4 katıdır.

» Mustafa, Sanem ve Ebru'nun yaşlarını bulunuz.

! Problem çözmede kavrama ve anlama önemlidir.

Bilgi Kutusu



Problem, çözülmesi gereken mesele, soru, sorun veya aşılması gereken bir engeldir. Bir durumun problem olması için bu durumla bireyin ilk kez karşılaşması, çözümünün birey tarafından bilinmiyor olması, bireyin yaşantıları ve deneyimleri ile çözülebilir nitelikte olması gerekir. Bir birey için problem olan durum başka birey için problem olmayabilir.

Problem çözme, sonuç bulmanın yanı sıra bir yol bulma, güçlükten kurtulmadır.

Problem çözme yöntemi, problem olan durumun belirlenerek çözüm yollarının aranması ve problem durumunun aydınlatılması sürecidir.

! Problemlerin çözümünde matematiksel ifadeleri kullanabilmek için cebirsel ifadelerden faydalanılabilir.

Örnek

Aşağıda verilen ifadeleri cebirsel olarak yazalım.

- a) Ali'nin yaşının 2 katı ile Ömer'in yaşının toplamı 18 dir.
- b) Bir sınıftaki erkek öğrencilerin sayısı, kız öğrencilerin sayısının 2 katıdır.

Çözüm

- a) Ali'nin yaşı x , Ömer'in yaşı y ise $2x + y = 18$ ile ifade edilir.
- b) Erkek öğrenci sayısı x , kız öğrenci sayısı y ise $x = 2y$ ile ifade edilir.

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER

! Problem çözme bireylere araştırma, çözüm üretme, düşünme niteliklerini kazandırır.

Örnek

Aklımızdan bir sayı tutup aşağıdaki işlemleri sırasıyla yapalım. Bu işlemleri matematiksel olarak ifade edelim.

- Tuttuğumuz sayıyı 3 ile çarpalım.
- Sonuca 21 ekleyelim.
- Elde ettiğimiz sonucu 3 e bölelim.
- Bu sonuçtan tuttuğumuz sayıyı çıkaralım.

Çözüm

Aklımızdan tuttuğumuz sayı 10 olsun.

- $10 \cdot 3 = 30$
- $30 + 21 = 51$
- $51 : 3 = 17$
- $17 - 10 = 7$ buluruz.

Aklımızdan hangi sayıyı tutarsak toplam sonuç 7 olur. Sonucun neden hep 7 olduğunu, ifadeleri matematiksel olarak ifade ederek görebiliriz.

Aklımızdan tuttuğumuz sayı x olsun.

Sayının 3 katı $\rightarrow 3 \cdot x$

Sonucun 21 fazlası $\rightarrow 3 \cdot x + 21$

Bu sonucun 3'e bölümü $\rightarrow \frac{3 \cdot x + 21}{3}$

Bu sonuçtan tuttuğumuz sayının çıkarılması $\rightarrow \frac{3 \cdot x + 21}{3} - x$ olur.

Buradan $\frac{3 \cdot x + 21}{3} - x = \frac{21}{3} = 7$ olduğu görülür.

Örnek

Bir sayının 2 katının 4 fazlası ile aynı sayının yarısının toplamı 14 olduğuna göre bu sayıyı bulalım.

Çözüm

Sayı x olsun. Bu sözel ifadeyi $2x + 4 + \frac{x}{2} = 14$ şeklinde yazabiliriz.

$$2x + 4 + \frac{x}{2} = 14 \Rightarrow 2x + \frac{x}{2} = 10 \Rightarrow \frac{5x}{2} = 10 \Rightarrow x = 4 \text{ bulunur.}$$

Sıra
Sizde

Şükran parasının yarısından 40 TL fazlası ile kazak alıyor. Kalan parasının tamamı ile fiyatı 55 TL olan eteği alıyor. Şükran'ın başlangıçta kaç lirası vardı?

⇒ Örnek

Bir sayının $\frac{1}{4}$ inin 2 fazlası, aynı sayının 5 eksiğinin yarısından küçüktür.

Bu sayının alabileceği en küçük tam sayı değerini bulalım.

⇒ Çözüm

Sayı x olsun.

$$\frac{x}{4} + 2 < \frac{x-5}{2} \Rightarrow \frac{x+8}{4} < \frac{x-5}{2} \Rightarrow x+8 < 2x-10 \Rightarrow 18 < x \text{ olur.}$$

O hâlde x in alabileceği en küçük tam sayı değeri 19 dur.

⇒ Örnek

Bir su deposundaki 80 L su her gün 10 L kullanılarak tüketilmiştir.

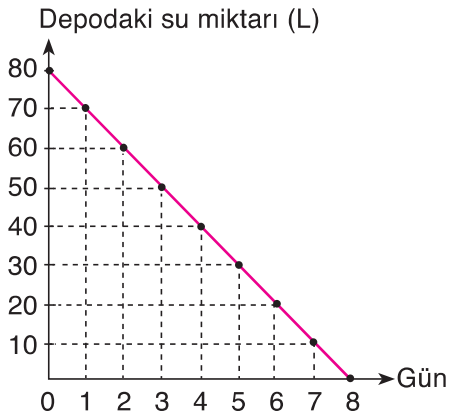
Depodaki suyun günlere göre değişimini gösteren doğrusal grafiği çizelim.

⇒ Çözüm

Depodaki su $\frac{80}{10} = 8$ günde tüketilir.

Depodaki suyun günlere göre değişimini gösteren doğrusal grafik aşağıdaki gibi olur.

Grafik: Depodaki Su Miktarının Günlere Göre Değişimi



⇒ Örnek

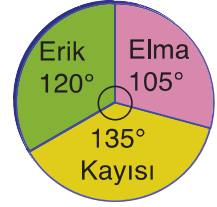
Bir bahçede elma, erik ve kayısı ağaçları vardır. Bahçede 7 elma, 8 erik, 9 kayısı ağacı bulunduğu göre bu meyve ağaçlarının türlerine göre dağılımını gösteren daire grafiğini çizelim.

⇒ Çözüm

Bu bahçede $7 + 8 + 9 = 24$ tane ağaç vardır. Bir meyve ağacını gösteren daire dilimin merkez açısının ölçüsü $360^\circ : 24 = 15^\circ$ olur. Bu durumda elma ağaçlarının sayısını gösteren daire diliminin merkez açısının ölçüsü $7 \cdot 15^\circ = 105^\circ$, erik ağaçlarının sayısını gösteren daire diliminin merkez açısının ölçüsü $8 \cdot 15^\circ = 120^\circ$, kayısı ağaçlarının sayısını gösteren daire diliminin merkez açısının ölçüsü $9 \cdot 15^\circ = 135^\circ$ olur.

O hâlde bahçedeki meyve ağaçlarının türlerine göre dağılımını gösteren daire grafiği yandaki gibi olur.

Grafik: Meyve Ağaçlarının Dağılımı



⇒ Örnek

Sezen her gün bir önceki günden 10 sayfa fazla okuyarak 250 sayfalık bir romanı 5 günde bitirmiştir.

Sezen'in 5 gün boyunca okuduğu sayfa sayılarını sütun grafiği ile gösterelim.

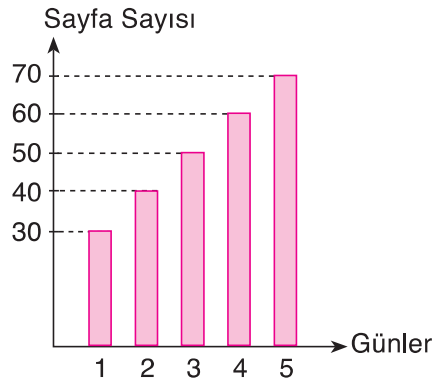
⇒ Çözüm

Sezen'in ilk gün okuduğu sayfa sayısı x olsun.

$$x + (x + 10) + (x + 20) + (x + 30) + (x + 40) = 250 \Rightarrow x = 30 \text{ olur.}$$

Sezen 1. gün 30, 2. gün 40, 3. gün 50, 4. gün 60, 5. gün 70 sayfa kitap okumuştur. Bu verilere ait sütun grafiği aşağıdaki gibi olur.

Grafik: Günlere Göre Okunan Sayfa Sayısı

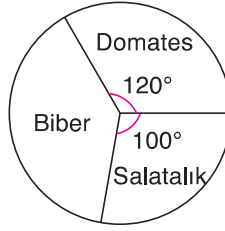


Örnek

Yanda verilen daire grafiği bir çiftçinin ürettiği ürünlerin dağılımını göstermektedir.

Bu çiftçi 30 ton domates ürettiğine göre kaç ton biber ürettiğini bulalım.

Grafik: Çiftçinin Ürettiği Ürünlerin Dağılımı



Çözüm

Biber miktarını gösteren daire diliminin merkez açısının ölçüsü $360^\circ - (100^\circ + 120^\circ) = 140^\circ$ olur.

1 ton ürünü gösteren daire diliminin merkez açısının ölçüsü $120^\circ : 30 = 4^\circ$ bulunur. O hâlde çiftçi $140^\circ : 4^\circ = 35$ ton biber üretmiştir.

Örnek

Aykut her ay maaşının $\frac{1}{8}$ ini kiraya, $\frac{2}{5}$ sini ev ve mutfak masraflarına ayırıyor. Her ay 200 TL bir yardım kuruluşuna bağışta bulunan Aykut'un geriye 1700 TL si kalıyor.

Aykut'un maaşının kaç lira olduğunu bulalım.

Çözüm

Aykut'un maaşını adım adım bulalım.

Problemi Anlama: Aykut'un maaşından yaptığı bazı harcamalar ve elinde kalan para miktarı veriliyor. Aykut'un maaşı soruluyor.

Plan Yapma: Aykut'un maaşına x diyelim. Yaptığı harcamaları toplayalım ve maaşından çıkararak 1700 TL ye eşitleyelim. Bu şekilde elde edeceğimiz denkleme çözelim.

Planı Uygulama: Yaptığı harcamalar $\left(\frac{x}{8} + \frac{2x}{5} + 200\right)$ TL ve kalan parası $x - \left(\frac{x}{8} + \frac{2x}{5} + 200\right) = 1700$ TL olur.

$$\frac{x}{1} - \frac{x}{8} - \frac{2x}{5} - 200 = 1700 \Rightarrow \frac{40x - 5x - 16x}{40} = 1900$$

$$\Rightarrow 19x = 1900 \cdot 40 \Rightarrow x = 4000 \text{ TL dir.}$$

Sonucu Kontrol Etme: Aykut'un maaşını 4000 TL bulduk.

$4000 \cdot \frac{1}{8} = 500$ TL kira, $4000 \cdot \frac{2}{5} = 1600$ TL ev ve mutfak masrafları, 200 TL yardım kuruluşuna bağış yaptığından toplam harcama $500 + 1600 + 200 = 2300$ TL dir.

O hâlde Aykut'un $4000 - 2300 = 1700$ TL si kalır.

! Problem çözmenin bir sistemi vardır. Sistemli olarak nitelendirilen bu durum problem çözme sürecini ifade etmektedir. Problem çözme sürecini birçok kişi farklı basamaklarla ifade etmiştir. En çok kabul gören süreç George Polya tarafından verilen süreçtir. Bu sürecin basamakları şu şekildedir:

- Problemin anlaşılması
- Çözümle ilgili stratejinin belirlenmesi (Plan yapma)
- Stratejinin uygulanması (Planı uygulama)
- Çözümün değerlendirilmesidir. (Sonucu kontrol etme)

Bu basamaklara uygun çalışmak, problem çözümünü kolaylaştırır.

⇒ Örnek

Gül süt almak için gittiği markette almak istediği belirli bir sütün 1 litrelik kutularının ikili, üçlü ve dördü paketler hâlinde satıldığını görüyor. Bu paketlerin fiyatları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Süt Paketleri	Fiyat (TL)
İkili	5,70
Üçlü	8,40
Dördü	11,28

Buna göre Gül hangi paketi alırsa daha ekonomik bir alışveriş yapmış olur? Bulalım.

⇒ Çözüm

Gül'ün hangi paketi seçerse daha ekonomik bir alışveriş yapmış olacağını adım adım bulalım.

Problemi Anlama: Paketlerdeki süt sayıları ve paketlerin fiyatları verilmiştir. Paketlerdeki her bir süt kutusunun fiyatına göre en uygun paketin hangisi olduğu soruluyor.

Plan Yapma: Paketlerdeki her bir süt kutusunun fiyatını bulalım. Bunun için paketin fiyatını içindeki süt kutusunun sayısına bölmeliyiz. Bulduğumuz bir kutu süt fiyatlarını karşılaştırarak ekonomik tercih yapabiliriz.

Planı Uygulama: İkili paketteki bir kutu sütün fiyatı $5,70 : 2 = 2,85$ TL, Üçlü paketteki bir kutu sütün fiyatı $8,40 : 3 = 2,80$ TL, Dördü paketteki bir kutu sütün fiyatı $11,28 : 4 = 2,81$ TL dir.

En uygun paketin üçlü paket olduğu görülmektedir.

Sonucu Kontrol Etme: Farklı bir çözüm yolu ile de sonucu kontrol edebiliriz. Paketlerdeki süt kutusu sayılarını eşitleyelim. Her bir pakette 12 kutu olacak şekilde eşitleyelim.

İkili paket 5,70 TL ise 6 tane ikili paket yani 12 kutu süt $6 \cdot 5,70 = 34,20$ TL dir.

Üçlü paket 8,40 TL ise 4 tane üçlü paket yani 12 kutu süt $4 \cdot 8,40 = 33,60$ TL dir.

Dördü paket 11,28 TL ise 3 tane dördü paket yani 12 kutu süt $3 \cdot 11,28 = 33,84$ TL dir.

Buradan da üçlü paketlerin daha ekonomik olduğu görülmektedir.

⇒ Örnek

Bir otobüs birinci duraktan aldığı yolcularla sefere başlıyor. Bundan sonraki her durakta otobüsteki yolcu sayısı kadar yolcu otobüse biniyor, sonra otobüsten 3 kişi iniyor.

Otobüs dördüncü duraktan hareket ettiğinde yolcu sayısı 11 olduğuna göre otobüse birinci duraktan binen yolcu sayısını bulalım.

⇒ Çözüm

Bu problemde giriş bilgileri bilinmemekte, sonuç bilgileri bilinmektedir. Bu nedenle bu problemin çözümünde geriye doğru çalışma stratejisini kullanalım.

4. durakta inen yolcuları otobüse bindirelim. $11 + 3 = 14$ olduğundan otobüs 3. duraktan hareket ettiğinde içinde 7 yolcu vardır.

3. durakta inen yolcuları otobüse bindirelim. $7 + 3 = 10$ olduğundan otobüs 2. duraktan hareket ettiğinde içinde 5 yolcu vardır.

2. durakta inen yolcuları otobüse bindirelim. $5 + 3 = 8$ olduğundan otobüs 1. duraktan hareket ettiğinde içinde 4 yolcu vardır.

O hâlde otobüse birinci duraktan binen yolcu sayısı 4 tür.

⇒ Örnek

Şule'nin cebinde 40 lira vardır.

Paketi 2,47 lira olan şekerlerden 6, paketi 4,18 lira olan çikolatalardan 5 paket alan Şule'nin parasının yeterli olup olmayacağını bulalım.

⇒ Çözüm

Bu problemde tam olarak kaç lira harcadığı sorulmuyor. Şule'nin parasının yeterli olup olmadığı, verilerin en yakın sayıya yuvarlanarak hesaplanması ile bulunabilir. Soruya bu şekilde yaklaşım sonucu tahmin etmek problemi çözmek için yeterlidir. 2,47 yi 2,5 e; 4,18 i 4 e yuvarlayalım. $2,5 \cdot 6 + 4 \cdot 5 = 15 + 20 = 35$ liradır.

O hâlde Şule'nin parası aldıkları için yeterlidir.

Soruyu çözerken de sonucu kontrol edelim.

$2,47 \cdot 6 + 4,18 \cdot 5 = 14,82 + 20,9 = 35,72$ liradır.

Bu şekilde de Şule'nin parasının yeterli olduğunu görebiliriz.

! Problem çözme stratejileri problemin çözümünü gerçekleştirmek için izlenen yoldur.

Problem çözme stratejilerinin bazıları şunlardır:

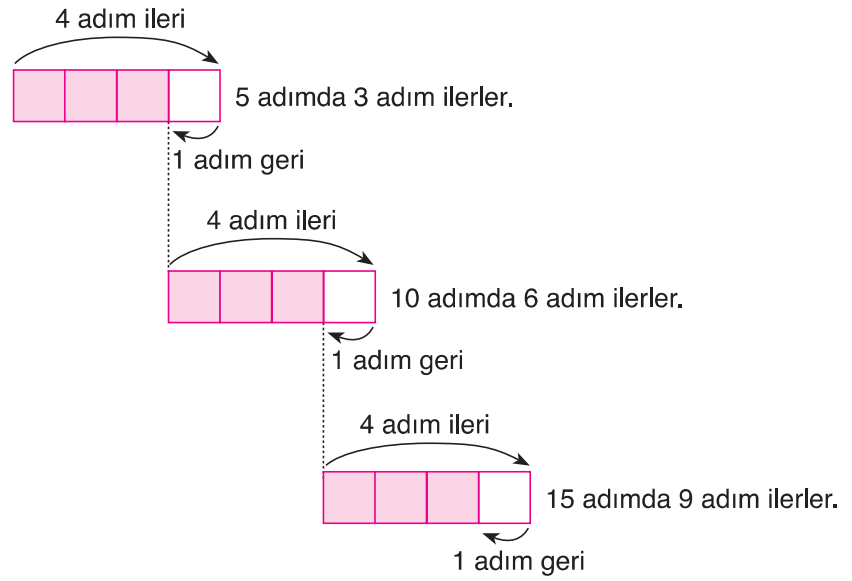
- Sistematik liste yapma
- Tahmin ve kontrol
- Diyagram çizme
- Bağlantı bulma
- Değişken kullanma
- Benzer bir problem çözümünden yararlanma
- Geriye doğru çalışma
- Eleme
- Muhakeme etme
- Tablo oluşturma

⇒ Örnek

Beril doğrusal bir yol boyunca 4 adım ileri 1 adım geri giderek ilerliyor. Beril başladığı noktadan itibaren kaç adım attığında 9 adım ileride olur? Bulalım.

⇒ Çözüm

Her kutu 1 adımı gösterecek şekilde aşağıdaki diyagramı çizerek çözümlü görmeyi kolaylaştırabiliriz.



O hâlde Beril başladığı noktadan itibaren 15 adım attığında 9 adım ileride olur.

⇒ Örnek

Kenar uzunlukları birer tam sayı olan bir dikdörtgenin uzun kenarının uzunluğu kısa kenarının uzunluğunun 3 katıdır.

Dikdörtgenin çevresinin uzunluğu 70 cm den küçük olduğuna göre uzun kenarının uzunluğunun en fazla kaç santimetre olacağını bulalım.

⇒ Çözüm

Dikdörtgenin kısa kenarının uzunluğuna a dersek uzun kenarının uzunluğu $3a$ ve çevresi $8a$ olur.

$8a < 70 \Rightarrow a < 8,75$ olur. Buradan a nın alabileceği en büyük tam sayı değeri 8 dir. O hâlde dikdörtgenin uzun kenarının uzunluğu en fazla $3 \cdot 8 = 24$ cm olur.

⇒ **Örnek**

Bir toptancı kolilerdeki malzemeleri nehrin karşı kıyısındaki depoya kayıkla taşıyacaktır. Kolilerin her birinin kütlesi 10 kg, toptancının kütlesi ise 95 kg dır.

Kayık en fazla 350 kg yük taşıyabileceğine göre bu toptancının kayıkla bir seferde en çok kaç koliyi nehrin karşı kıyısındaki depoya taşıyabileceğini bulalım.

⇒ **Çözüm**

Kütleleri eşit olan kolilerden bir seferde x tane taşısın.

Toptancının kütlesi + Kolilerin toplam kütlesi ≤ 350 olmalıdır.

$$95 + 10 \cdot x \leq 350 \Rightarrow 10 \cdot x \leq 255 \Rightarrow x \leq 25,5 \text{ olur.}$$

O hâlde kayıkla bir seferde taşınacak koli sayısı en çok 25 tir.

⇒ **Örnek**

Ayla'nın 6 yıl sonraki yaşının 2 katı, 4 yıl önceki yaşının 3 katına eşit olacaktır.

Buna göre Ayla'nın bugünkü yaşını bulalım.

⇒ **Çözüm**

Ayla'nın bugünkü yaşı x olsun. Bu durumda

$$2 \cdot (x + 6) = 3 \cdot (x - 4) \Rightarrow 2x + 12 = 3x - 12 \Rightarrow x = 24 \text{ bulunur.}$$

! İki kişinin yaşları arasındaki fark sabittir.

⇒ **Örnek**

Bir babanın yaşı iki çocuğunun yaşları farkının 3 katından 2 fazladır.

5 yıl önce babanın yaşı çocukların yaşları farkının 2 katından 9 fazla olduğuna göre babanın bugünkü yaşını bulalım.

⇒ **Çözüm**

	Babanın Yaşı	Çocukların Yaşları Farkı
Bugün	$3x + 2$	x
5 yıl önce	$3x + 2 - 5$	x

Buradan $3x - 3 = 2x + 9 \Rightarrow x = 12$ bulunur.

Babanın bugünkü yaşı $3x + 2 = 3 \cdot 12 + 2 = 38$ olur.

⇒ Örnek

Demet ile Esen'in yaşları farkı 14 tür.

Esen, Demet'in yaşına geldiğinde yaşları toplamı 76 olacağına göre Esen'in bugünkü yaşını bulalım.

⇒ Çözüm

Esen'in yaşı x ise Demet'in yaşı $x + 14$ tür. Esen, Demet'in yaşına geldiğinde yani 14 yıl sonra Esen $x + 14$, Demet $x + 28$ yaşında olur.

$x + 14 + x + 28 = 76 \Rightarrow 2x = 76 - 42 \Rightarrow x = 17$ olup Esen'in bugünkü yaşı 17 dir.

⇒ Örnek

İki kardeşin yaşları oranı $\frac{5}{3}$ tür.

Küçük kardeş doğduğunda büyük kardeş 14 yaşında olduğuna göre büyük kardeşin bugünkü yaşını bulalım.

⇒ Çözüm

Büyük kardeş $5k$, küçük kardeş $3k$ yaşındadır. Aralarındaki yaş farkı 14 olduğundan $5k - 3k = 14 \Rightarrow k = 7$ bulunur. O hâlde büyük kardeşin bugünkü yaşı $5k = 5 \cdot 7 = 35$ olur.

⇒ Örnek

Bir babanın yaşı ikişer yıl arayla doğmuş üç çocuğunun yaşlarının toplamına eşittir.

10 yıl sonra babanın yaşı büyük çocuğunun yaşının 2 katına eşit olacağına göre küçük çocuk doğduğunda babanın kaç yaşında olduğunu bulalım.

⇒ Çözüm

Çocukların yaşları x , $x + 2$, $x + 4$ olsun.

Bu durumda babanın yaşı $x + x + 2 + x + 4 = 3x + 6$ olur. 10 yıl sonra babanın yaşı $3x + 16$, büyük çocuğun yaşı $x + 14$ olur.

$3x + 16 = 2 \cdot (x + 14) \Rightarrow 3x + 16 = 2x + 28 \Rightarrow x = 12$ olup küçük çocuğun yaşı 12, babanın yaşı $3x + 6 = 42$ olur.

O hâlde küçük çocuk doğduğunda baba $42 - 12 = 30$ yaşındaydı.

⇒ Örnek

Mehmet, Ahmet ve Emre'nin yaşları ile ilgili olarak aşağıdakiler bilinmektedir.

- Emre'nin 3 yıl sonraki yaşı, Mehmet'in 2 yıl önceki yaşına eşit olacaktır.
- Emre'nin 4 yıl sonraki yaşı, Ahmet'in şimdiki yaşına eşit olacaktır.
- Üçünün 2 yıl sonraki yaşlarının toplamı 24 olacaktır.

Buna göre Ahmet'in bugünkü yaşını bulalım.

⇒ Çözüm

Mehmet'in bugünkü yaşı x , Ahmet'in bugünkü yaşı y , Emre'nin bugünkü yaşı z olsun.

$$z + 3 = x - 2 \Rightarrow x = z + 5, z + 4 = y \text{ ve}$$

$$x + 2 + y + 2 + z + 2 = 24 \Rightarrow x + y + z = 18 \text{ olur.}$$

$$x + y + z = 18 \Rightarrow z + 5 + z + 4 + z = 18 \Rightarrow 3z = 9 \Rightarrow z = 3 \text{ olur.}$$

Ahmet'in bugünkü yaşı $y = z + 4 = 3 + 4 = 7$ bulunur.



BAY X'İN YAŞI

Bay X'in yaşı iki basamaklıdır ve tersten yazılıp kendisiyle toplandığında elde edilen sonuç bir sayının karesidir.

Bay X'in yaşı en az kaç olabilir?



Aşağıdaki tabloda Kemal, Sinan ve Sevgi'nin yıllara göre yaşlarına ait bazı bilgiler verilmiştir.

Yıllar	Kemal	Sinan	Sevgi
2008	x	$y - 3$	
2012	$3x - 6$		$2z - 1$
2016		$2y - 9$	$3z - 4$

Buna göre Kemal, Sinan ve Sevgi'nin 2016 yılındaki yaşlarının toplamını bulunuz.

⇒ Örnek

%10 fazlası 154 olan sayının %10 eksikliğini bulalım.

⇒ Çözüm

Sayı x olsun. x in %10 fazlası

$$x + x \cdot \frac{10}{100} = 154 \Rightarrow \frac{11x}{10} = 154 \Rightarrow x = 140 \text{ olur.}$$

$$140 \text{ sayısının } \%10 \text{ eksikliği } 140 - 140 \cdot \frac{10}{100} = 126 \text{ olur.}$$

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER



⇒ Örnek

Bir okuldaki kız öğrencilerin sayısının %25 i, erkek öğrencilerin sayısının %20 sine eşittir.

Okulda 324 öğrenci olduğuna göre erkek öğrenci sayısını bulalım.

⇒ Çözüm

Erkek öğrencilerin sayısı x , kız öğrencilerin sayısı y olsun.

$$y \cdot \frac{25}{100} = x \cdot \frac{20}{100} \Rightarrow 5y = 4x \Rightarrow y = \frac{4x}{5} \text{ olur.}$$

$$x + y = 324 \Rightarrow x + \frac{4x}{5} = 324 \Rightarrow \frac{9x}{5} = 324 \Rightarrow x = 180 \text{ bulunur.}$$

⇒ Örnek

%70 i erkek olan bir davetten 80 erkek ayrıldığında geriye kalanların %60 ı erkek oluyor.

Buna göre bu davetteki kadın sayısını bulalım.

⇒ Çözüm

Davetteki kadın sayısı x , erkek sayısı y olsun. $(x + y) \cdot \frac{70}{100} = y$ dir.

Davetten 80 erkek ayrılınca $x + y - 80$ kişi kalır.

Bu durumda $(x + y - 80) \cdot \frac{60}{100} = y - 80$ olur.

$$(x + y) \cdot \frac{70}{100} = y \Rightarrow 7x + 7y = 10y \Rightarrow 7x = 3y \Rightarrow y = \frac{7x}{3} \text{ olur.}$$

$$(x + y - 80) \cdot \frac{60}{100} = y - 80 \Rightarrow 6x + 6y - 480 = 10y - 800$$

$$\Rightarrow 6x - 4y = -320$$

$$\Rightarrow 6x - 4 \cdot \frac{7x}{3} = -320$$

$$\Rightarrow 18x - 28x = -320 \cdot 3$$

$$\Rightarrow 10x = 960 \Rightarrow x = 96 \text{ bulunur.}$$



Bir iş yerine çalışanların %60 ı kadındır. Bu iş yerinde işe 30 kadın daha alınca kadınların sayısının erkeklerin sayısına oranı $\frac{5}{3}$ oluyor.

Buna göre bu iş yerinde kaç kişi çalışmaktadır?

⇒ Örnek

Bir kümesteki tavuk, horoz ve kazların sayıları ile ilgili olarak aşağıdakiler bilinmektedir.

- Kazların sayısı horozların sayısının %60 ıdır.
- Horozların sayısı tavukların sayısının %40 ıdır.
- Kümesteki tavuk, horoz ve kazların toplam sayısı 41 dir.

Buna göre kümeste kaç tane kaz olduğunu bulalım.

⇒ Çözüm

Kümesteki horozların sayısı x, tavukların sayısı y, kazların sayısı z olsun.

$$z = \frac{60x}{100} \Rightarrow 3x = 5z \Rightarrow x = \frac{5z}{3} \text{ ve}$$

$$x = \frac{40y}{100} \Rightarrow 2y = 5x \Rightarrow 2y = 5 \cdot \frac{5z}{3} \Rightarrow y = \frac{25z}{6} \text{ olur.}$$

$$x + y + z = 41 \Rightarrow \frac{5z}{3} + \frac{25z}{6} + \frac{z}{1} = 41$$

$$\Rightarrow 10z + 25z + 6z = 6 \cdot 41$$

$$\Rightarrow 41z = 41 \cdot 6 \Rightarrow z = 6 \text{ bulunur.}$$

⇒ Örnek

Bir iş yerinde yapılacak aylık ücret zammı için iki seçenek sunulmuştur.

I. seçenek : Aylık ücretin %10 u zam.

II. seçenek: Aylık net 230 TL zam.

Aylık ücreti A lira olan Samet için I. seçenek daha kârlıdır. Samet'in aylık ücreti 100 TL daha az olsaydı II. seçenek daha kârlı olacaktı.

Buna göre Samet'in aylık ücretinin hangi aralıkta olduğunu bulalım.

⇒ Çözüm

A lira ücret alan Samet için I. seçenek daha kârlı olduğundan

$$A + A \cdot \frac{10}{100} > A + 230 \Rightarrow \frac{A}{10} > 230 \Rightarrow A > 2300 \text{ olur.}$$

(A - 100) lira alsaydı II. seçenek daha kârlı olacağından

$$(A - 100) + 230 > (A - 100) + (A - 100) \cdot \frac{10}{100} \Rightarrow 230 > \frac{A - 100}{10}$$

$$\Rightarrow 2400 > A \text{ olur.}$$

O hâlde $2300 < A < 2400$ bulunur. Yani Samet'in aylık ücreti 2300 TL ile 2400 TL arasındadır.

⇒ Örnek

Bir kuruyemişçinin fıstık, fındık, leblebi ve üzümü karıştırarak oluşturduğu karışımdaki fıstık, üzüm ve leblebinin kütleleri ile fıstığın kütlece yüzde oranı aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo: Kuruyemişlerin Kütleleri ve Oranları

Kuruyemiş	Fıstık	Fındık	Leblebi	Üzüm
Kütle (g)	400		250	350
Oran (%)	20			

Buna göre bu karışımdaki fıstığın kütlece yüzde oranını bulalım.

⇒ Çözüm

Karışımda x gram fındık olsun.

$$(400 + x + 250 + 350) \cdot \frac{20}{100} = 400 \Rightarrow (x + 1000) \cdot \frac{1}{5} = 400$$
$$\Rightarrow x = 1000 \text{ gramdır.}$$

400 gram %20 si ise

1000 gram %y si olur.

$$y = \frac{1000 \cdot 20}{400} = 50 \text{ dir. Yani karışımın \%50 si fındıktır.}$$

⇒ Örnek

Motorlu taşıt sahipleri her yıl MTV ödemekle yükümlüdür. MTV ocak ve temmuz aylarında olmak üzere iki taksitle ödenir. Zamanında ödenmeyen taksitler için aylık %1,4 gecikme zammı uygulanır. 2017 yılında ödeyeceği MTV 450 TL olan Salih ocak ve temmuz aylarında ödemesi gereken taksitleri ekim ayının son günü ödemiştir.

Salih kaç lira ödeme yapmıştır?

⇒ Çözüm

Taksit tutarı $450 : 2 = 225$ TL dir. Ocak ayı taksiti 9 ay gecikmeli, temmuz ayı taksidi 3 ay gecikmeli olarak ödenmiştir. Yani 225 TL için 12 aylık bir gecikme zammı uygulanmıştır.

$$225 \text{ TL nin } 12 \text{ aylık gecikme zammı } 12 \cdot 225 \cdot \frac{1,4}{100} = 37,8 \text{ TL dir.}$$

O hâlde Salih $450 + 37,8 = 487,8$ TL ödemiştir.

! Motorlu taşıtlar vergisi (MTV) Karayolları Trafik Kanunu'na istinaden trafik şubelerine kayıtlı motorlu araçlardan alınan bir vergidir.

⇒ Örnek

Sevim Hanım'ın marketten aldığı ürünlerin katma değer vergisi (KDV) oranları ve satış fiyatlarına ilişkin tablo aşağıda verilmiştir.

Tablo: Ürünlerin KDV Oranları ve Satış Fiyatları

Ürün Adı	KDV Oranı	Satış Fiyatı (TL) (KDV dahil)
Helva	%8	4,86
Salça	%8	20,79
Bulaşık Deterjanı	%18	13,57
Çamaşır Suyu	%18	5,90

Sevim Hanım'ın aldığı bu ürünlerin KDV hariç toplam fiyatını bulalım.

⇒ Çözüm

Tablodaki gıda ürünlerinin toplam fiyatı $4,86 + 20,79 = 25,65$ TL dir.

Bu ürünlerin %8 KDV'siz toplam fiyatı x TL olsun.

$$x + x \cdot \frac{8}{100} = 25,65 \Rightarrow 108x = 2565 \Rightarrow x = 23,75 \text{ TL olur.}$$

Temizlik malzemelerinin toplam fiyatı $13,57 + 5,90 = 19,47$ TL dir. Bu ürünlerin %18 KDV siz toplam fiyatı y TL olsun.

$$y + y \cdot \frac{18}{100} = 19,47 \Rightarrow 118y = 1947 \Rightarrow y = 16,5 \text{ TL olur.}$$

O hâlde Sevim Hanım'ın aldığı ürünlerin KDV hariç toplam fiyatı $23,75 + 16,50 = 40,25$ TL dir.

⇒ Örnek

2018 yılında seyir halinde iken cep telefonu kullanmanın cezası 108 TL olup trafik para cezalarında tebliğ tarihinden itibaren 15 gün içinde ödeme yapanlara %25 indirim uygulanmaktadır.

Bir kişi seyir hâlinde iken cep telefonu ile konuşmaktan para cezası alır ve 15 gün içinde ödeme yaparsa ödeyeceği miktar kaç lira olur?

⇒ Çözüm

Cezada yapılan indirim miktarı $108 \cdot \frac{25}{100} = 27$ TL dir.

Ödenecek miktar $108 - 27 = 81$ TL olur.

⇒ Örnek

Alış fiyatı 300 TL olan bir ürün %15 kârla satılıyor.
Bu ürünün satış fiyatını bulalım.

⇒ Çözüm

Üründen elde edilen kâr $300 \cdot \frac{15}{100} = 45$ TL olur.

Ürünün satış fiyatı $300 + 45 = 345$ TL dir.

⇒ Örnek

Bir mağazada satış fiyatı 1900 TL olan bir buzdolabı indirimli satışlarda 1558 TL ye satılmıştır.
Bu buzdolabının satış fiyatına yüzde kaç indirim yapıldığını bulalım.

⇒ Çözüm

Buzdolabının satış fiyatında $1900 - 1558 = 342$ TL indirim yapılmıştır.

$1900 \cdot \frac{x}{100} = 342 \Rightarrow 19x = 342 \Rightarrow x = 18$ olup %18 indirim yapılmıştır.

⇒ Örnek

Bir çanta %10 kârla satıldığında A TL ye, %10 indirimle satıldığında B TL ye satılmaktadır.

Buna göre $\frac{A}{B}$ yi bulalım.

⇒ Çözüm

Çantanın alış fiyatı $100x$ olsun.

%10 kârla satılırsa $A = 100x + 100x \cdot \frac{10}{100} = 110x$ TL,

%10 indirimle satılırsa $B = 100x - 100x \cdot \frac{10}{100} = 90x$ TL olur.

Bu durumda $\frac{A}{B} = \frac{110x}{90x} = \frac{11}{9}$ bulunur.

⇒ **Örnek**

Bir manav elindeki kavunların $\frac{1}{4}$ ini %15 kârla, yarısını %10 zararla satıyor.

Manavın tüm kavunları sattığında zarar etmemesi için kalan malı en az yüzde kaç kâr ile satması gerektiğini bulalım.

⇒ **Çözüm**

Manavın elinde bir tanesinin maliyet fiyatı 100 TL olan $4x$ tane kavun olsun. Kavunların hepsinin toplam maliyet fiyatı $100 \cdot 4x = 400x$ TL olur.

$4x \cdot \frac{1}{4} = x$ olur. Bir tanesini %15 kârla sattığından 115 TL'den satar ve x tanesinden $115 \cdot x$ TL kazanır.

$\frac{4x}{2} = 2x$ olur. Bir tanesini %10 zararla sattığından 90 TL ye satar ve $2x$ tanesinden $2x \cdot 90 = 180 \cdot x$ TL kazanır.

Manav geriye kalan $4x - (x + 2x) = x$ tane kavunu en az $400x - (180x + 115x) = 105x$ TL'ye, tanesini ise en az $\frac{105x}{x} = 105$ TL ye satmalıdır. O hâlde manav kalan kavunları en az %5 kârla satmalıdır.

⇒ **Örnek**

Bir kırtasiyeci 6 tanesini 9 liraya aldığı kalemlerin 4 tanesini 7 liraya satıyor.

Bu kırtasiyecinin 100 lira kâr etmesi için kaç tane kalem satması gerektiğini bulalım.

⇒ **Çözüm**

Kırtasiyeci kalemlerin 6 tanesini 9 liraya alırsa 12 tanesini 18 liraya alır. Bu kalemlerin 4 tanesini 7 liraya satarsa 12 tanesini 21 liraya satar.

12 tane kalem 18 liraya alıp, 21 liraya satarsa 12 kalemin satışından $21 - 18 = 3$ lira kâr eder.

12 kalem	X	3 lira kâr
x kalem	X	100 lira kâr

$x = \frac{12 \cdot 100}{3} = 400$ olduğundan kırtasiyeci 100 lira kâr etmek için 400 kalem satmalıdır.

⇒ Örnek

Tanesi 80 kuruştan alınan 120 tane bardağın 30 tanesi taşıma esnasında kırılıyor.

Satıcının %20 kâr edebilmesi için bardakların tanesini kaç kuruştan satması gerektiğini bulalım.

⇒ Çözüm

120 bardağın maliyeti: $120 \cdot 80 = 9600$ kuruştur.

$$9600 + 9600 \cdot \frac{20}{100} = 11\,520 \text{ kuruş kazanılırsa \%20 kâr edilir.}$$

O hâlde geriye kalan 90 bardağın bir tanesinin satış fiyatı $\frac{11\,520}{90} = 128$ kuruş olmalıdır.



Bir fırıncı ekmeğin fiyatını %20 artırıp gramajını %20 azaltırsa bu ekmeğin satış fiyatına yapılan gerçek zam yüzde kaç olur?

⇒ Örnek

Tuz oranı %25 olan 200 gram tuzlu suya kaç gram saf su eklenirse tuz oranının %10 olacağını bulalım.

⇒ Çözüm

Karışımdaki tuz miktarı $200 \cdot \frac{25}{100} = 50$ gramdır. Bu karışıma x gram su eklensin. Bu durumda

$$\frac{\text{Tuz miktarı}}{\text{Karışım}} = \frac{50}{200 + x} = \frac{10}{100} \Rightarrow x + 200 = 500 \Rightarrow x = 300 \text{ gram olur.}$$

⇒ Örnek

Şeker oranı %10 olan 160 gram şekerli su ile şeker oranı %20 olan 40 gram şekerli su karıştırılıyor.

Oluşan karışımın şeker oranını bulalım.

⇒ Çözüm

160 gram şekerli su karışımında $160 \cdot \frac{10}{100} = 16$ gram, 40 gram şekerli

su karışımında $\frac{40 \cdot 20}{100} = 8$ gram şeker vardır. Oluşan karışımdaki şe-

$$\text{ker oranı } \frac{\text{Şeker miktarı}}{\text{Karışım}} = \frac{16 + 8}{160 + 40} = \frac{24}{200} = \frac{12}{100} = \%12 \text{ olur.}$$

⇒ Örnek

Sevda 5 bardak kayısı suyu, 4 bardak şeftali suyu ve 1 bardak üzüm suyunu karıştırarak bir karışım elde ediyor. Bu karışımı tattığında üzüm suyunun az olduğunu düşünüyor.

Üzüm suyu oranını %25 yapmak için kaç bardak daha üzüm suyu eklemelidir?



⇒ Çözüm

Karışıma x bardak üzüm suyu eklensin.

Bu durumda karışımdaki üzüm suyu oranı

$$\frac{\text{Üzüm suyu miktarı}}{\text{Karışım}} = \frac{1 + x}{5 + 4 + 1 + x} = \frac{25}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{1 + x}{10 + x} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4 + 4x = 10 + x \Rightarrow x = 2 \text{ bulunur.}$$

⇒ Örnek

%20 si şeker olan 200 gram meyve suyunun $\frac{2}{5}$ si alınıp yerine aynı miktarda şeker oranı %10 olan bir meyve suyu konuluyor.

Oluşan yeni karışımın şeker oranını bulalım.

⇒ Çözüm

Meyve suyunun $200 \cdot \frac{2}{5} = 80$ gramı alınıyor. Kalan 120 gram meyve suyunun içine şeker oranı %10 olan 80 gram meyve suyu konuluyor.

İlk meyve suyunda $120 \cdot \frac{20}{100} = 24$ gram, eklenen meyve suyunda

$80 \cdot \frac{10}{100} = 8$ gram şeker vardır. Oluşan karışımdaki şeker oranı

$$\frac{\text{Şeker miktarı}}{\text{Karışım}} = \frac{24 + 8}{200} = \frac{32}{200} = \frac{16}{100} = \%16 \text{ olur.}$$



Tuz oranı %30 olan 300 gr tuzlu su karışımından 50 gram alınıp yerine aynı miktarda saf su ekleniyor. Elde edilen karışımın tuz oranı yüzde kaç olur?

⇒ Örnek

Tuz oranı %40 olan 30 gram tuzlu sudan kaç gram su buharlaştırıldığında son karışımın tuz oranının %50 olacağını bulalım.

⇒ Çözüm

Karışımındaki tuz miktarı $30 \cdot \frac{40}{100} = 12$ gramdır.

Buharlaştıran su miktarı x gram olsun. Son karışımın tuz oranı

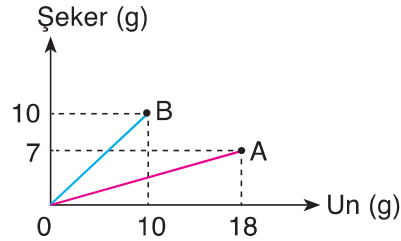
$$\frac{\text{Tuz miktarı}}{\text{Karışım}} = \frac{12}{30 - x} = \frac{50}{100} \text{ olduğundan}$$

$$\frac{12}{30 - x} = \frac{1}{2} \Rightarrow 24 = 30 - x \Rightarrow x = 6 \text{ gramdır.}$$

⇒ Örnek

A ve B un-şeker karışımlarının içlerindeki un ve şeker miktarlarını gram cinsinden gösteren doğrusal grafik aşağıda verilmiştir.

Grafik: A ve B Karışımlarındaki Un-Şeker Miktarları



A ve B karışımlarının her birinden 50 gram alınarak oluşturulan karışımın şeker oranını bulalım.

⇒ Çözüm

A karışımının şeker oranı $\frac{7}{18 + 7} = \frac{7}{25} = \frac{28}{100}$ olur.

B karışımın şeker oranı $\frac{10}{10 + 10} = \frac{10}{20} = \frac{50}{100}$ olur.

A karışımından alınan 50 gramın $50 \cdot \frac{28}{100} = 14$ gramı,

B karışımından alınan 50 gramın $50 \cdot \frac{50}{100} = 25$ gramı şekerdir.

Oluşturulan karışımın şeker oranı

$$\frac{\text{Şeker miktarı}}{\text{Karışım miktarı}} = \frac{14 + 25}{50 + 50} = \frac{39}{100} = \%39 \text{ olur.}$$

⇒ **Örnek**

%20 lik asit çözeltisi ile %50 lik asit çözeltisinden farklı miktarlarda alınarak karıştırılıyor.

Oluşan 90 gramlık karışımın asit oranı %30 olduğuna göre çözeltilerden kaç gram alındığını bulalım.

⇒ **Çözüm**

%20 lik asit çözeltisinden x gram alınmışsa %50 lik asit çözeltisinden

$$90 - x \text{ gram alınmıştır. } x \text{ gram çözeltide } x \cdot \frac{20}{100} = \frac{x}{5} \text{ gram,}$$

$$90 - x \text{ gram çözeltide } (90 - x) \cdot \frac{50}{100} = \frac{90 - x}{2} \text{ gram asit vardır.}$$

Oluşan çözeltinin asit oranı

$$\begin{aligned} \frac{\text{Asit miktarı}}{\text{Karışım}} &= \frac{\frac{x}{5} + \frac{90 - x}{2}}{90} = \frac{30}{100} \Rightarrow \frac{x}{5} + \frac{90 - x}{2} = 90 \cdot \frac{30}{100} \\ &\Rightarrow 2x + 5 \cdot (90 - x) = 10 \cdot 27 \\ &\Rightarrow 2x + 450 - 5x = 270 \\ &\Rightarrow 3x = 180 \Rightarrow x = 60 \text{ olur.} \end{aligned}$$

O hâlde %20 lik asit çözeltisinden 60 gram, %50 lik asit çözeltisinden 30 gram alınmıştır.

⇒ **Örnek**

Saatteki hızı 70 km olan bir araç A kentinden B kentine 10 saatte varıyor.

Bu aracın aynı yolu 7 saatte alabilmesi için saatteki hızının kaç kilometre olması gerektiğini bulalım.

⇒ **Çözüm**

Aracın saatteki hızı V olsun. $|AB| = 70 \cdot 10 = 700$ km olur.

$$700 = V \cdot 7 \Rightarrow V = 100 \text{ km/sa. olmalıdır.}$$

⇒ **Örnek**

Hızı saatte 108 km olan bir araç 1 saniyede kaç metre yol alır?

⇒ **Çözüm**

108 km = 108 000 m ve 1 saat = 3600 saniyedir.

$$\begin{array}{r} 3600 \text{ saniyede} \quad \times \quad 108 \text{ 000 m} \\ 1 \text{ saniyede} \quad \quad \quad \quad x \text{ m} \\ \hline \end{array}$$

$$x = \frac{108 \text{ 000}}{3600} = 30 \text{ m olur. Görüldüğü üzere } 108 \text{ km/sa.} = 30 \text{ m/sn. dir}$$

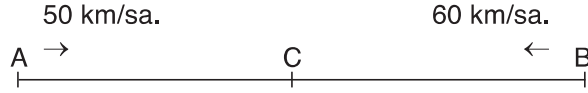
! Bir aracın V km/sa. hızla t saatte aldığı yol x km olmak üzere $x = V \cdot t$ ile hesaplanır.

⇒ Örnek

Hızları saatte 50 km ve 60 km olan iki araç, A ve B kentlerinden aynı anda birbirlerine doğru hareket ediyorlar. Araçlar karşılaştıktan 6 saat sonra yavaş olan araç B kentine varıyor.

Buna göre A ve B kentleri arasındaki uzaklığı bulalım.

⇒ Çözüm



Araçlar t saat sonra C noktasında karşılaşıyor.

Bu durumda $|AC| = 50 \cdot t$, $|BC| = 60 \cdot t$ olur.

A dan hareket eden araç C den B ye 6 saatte vardığına göre

$|BC| = 50 \cdot 6 = 300$ km olur.

$|BC| = 60 \cdot t = 300$ km $\Rightarrow t = 5$ saattir.

O hâlde $|AB| = |AC| + |BC| = 50t + 60t = 110 \cdot t$ olduğundan A ve B kentleri arasındaki uzaklık $110 \cdot 5 = 550$ km olur.



Saatteki hızı 60 km olan bir araç A şehrinden yola çıkıyor ve sabit hızla yoluna devam ediyor. 2 saat sonra saatteki hızı 80 km olan başka bir araç A şehrinden aynı yöne doğru sabit hızla hareket ediyor.

İkinci araç birinci araca kaç saat sonra yetişir?

⇒ Örnek

Bir hareketli 50 km/sa. hızla 3 saat, 60 km/sa. hızla 2 saat yol alıyor.

Buna göre bu hareketlinin yol boyunca ortalama hızının saatte kaç kilometre olduğunu bulalım.

⇒ Çözüm

$$\begin{aligned} \text{Ortalama hız} &= \frac{\text{Toplam yol}}{\text{Toplam zaman}} \\ &= \frac{50 \cdot 3 + 60 \cdot 2}{3 + 2} \\ &= \frac{270}{5} = 54 \text{ km/sa. olur.} \end{aligned}$$

! Bir cismin toplam yer değiştirmesinin toplam geçen zamana oranı ortalama hızı verir.

⇒ Örnek



Durgun sudaki hızı 30 km/sa. olan bir motor akıntı hızı 5 km/sa. olan nehirde akıntıya karşı belli bir mesafe gitmiş, aynı yoldan geri dönerek başladığı noktaya varmıştır.

Yolculuk 6 saat sürdüğüne göre motorun aldığı toplam yolu bulalım.

⇒ Çözüm

Motor akıntıya karşı yol alırken saatteki hızı $30 - 5 = 25$ km ve akıntıyla aynı yönde yol alırken saatteki hızı $30 + 5 = 35$ km olur.

Motor t saatte giderse $(6 - t)$ saatte döner. Motorun giderken aldığı yol ile dönerken aldığı yol aynı olduğundan

$$25 \cdot t = 35(6 - t) \Rightarrow 25t = 210 - 35t \Rightarrow 60t = 210 \Rightarrow t = 3,5 \text{ saattir.}$$

Motorun aldığı yol $2 \cdot 25 \cdot t = 50 \cdot 3,5 = 175$ km bulunur.

⇒ Örnek



Hızı 160 km/sa. olan tren 1400 metre uzunluğundaki bir tüneli 36 saniyede tamamen geçiyor.

Buna göre trenin uzunluğunun kaç metre olduğunu bulalım.

⇒ Çözüm

Trenin tüneli tamamen geçmesi için aldığı yol trenin uzunluğu ile tünelin uzunluğunun toplamıdır.

$$1400 \text{ m} = 1,4 \text{ km ve } 36 \text{ saniye} = \frac{36}{3600} = \frac{1}{100} \text{ saattir.}$$

Trenin uzunluğu x olsun.

$$x + 1,4 = 160 \cdot \frac{1}{100} \Rightarrow x = 1,6 - 1,4 \Rightarrow x = 0,2 \text{ km} \Rightarrow x = 200 \text{ metredir.}$$



YÜRÜYEN MERDİVEN

Siz ve arkadaşınız yukarı doğru hareket eden bir yürüyen merdivendesiniz. Ancak işiniz acele olduğu için merdivenlerde durmak yerine siz de basamakları çıkıyorsunuz. Çıkış hızı sizininki iki katı olan arkadaşınız üst kata vardığında -son basamak dahil- toplam 30 basamağa basmış oluyor. Siz üst kata vardığınızda ise toplam 20 basamağa bastınız.

Yürüyen merdivenin kaç basamağı olduğunu bulunuz.

⇒ Örnek

İrem bir işi 6 günde, Seçil aynı işi 8 günde bitirebilmektedir.
İkisi birlikte 3 gün çalışırlarsa işin kaçta kaçını bitireceklerini bulalım.

⇒ Çözüm

Bir günde İrem işin $\frac{1}{6}$ ini, Seçil $\frac{1}{8}$ ini, ikisi birlikte $\frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{7}{24}$ sini bitirirler. İkisi 3 günde işin $3 \cdot \frac{7}{24} = \frac{7}{8}$ sini bitirirler.

⇒ Örnek

Bir işi Şevket 24 günde, Hasan 32 günde yapabiliyor. Birlikte 8 gün çalıştıktan sonra Hasan işten ayrılıyor.
Şevket'in kalan işi tek başına kaç günde bitirebileceğini bulalım.

⇒ Çözüm

Bir günde Şevket işin $\frac{1}{24}$ ini, Hasan $\frac{1}{32}$ ini yapmaktadır. 8 günde birlikte $8 \cdot \left(\frac{1}{24} + \frac{1}{32} \right) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$ sini yaparlar. Geriye işin $\frac{5}{12}$ i kalır.
Şevket işin tamamını 24 günde yaparsa $\frac{5}{12}$ ini $24 \cdot \frac{5}{12} = 10$ günde yapar.

⇒ Örnek

Bir işi tek başına 6 saatte bitirebilen aynı nitelikteki 3 işçi ikişer saat arayla çalışmaya başlıyorlar.
İş toplam kaç saatte bitirebileceklerini bulalım.

⇒ Çözüm

İşin tamamı t saatte biterse 1. işçi t saat, 2. işçi (t-2) saat, 3. işçi (t-4) saat çalışmış olur.

$$\begin{aligned} t \cdot \frac{1}{6} + (t-2) \cdot \frac{1}{6} + (t-4) \cdot \frac{1}{6} &= 1 \Rightarrow \frac{t}{6} + \frac{t}{6} + \frac{t}{6} = 1 + \frac{2}{6} + \frac{4}{6} \\ &\Rightarrow \frac{3t}{6} = \frac{6+2+4}{6} \\ &\Rightarrow 3t = 12 \\ &\Rightarrow t = 4 \text{ saat olur.} \end{aligned}$$

⇒ **Örnek**

Bir terzi 3 günde 8 pantolon, kalfası ise 2 günde 3 pantolon dikiyor. Birlikte 150 pantolonu kaç günde dikeceklerini bulalım.

⇒ **Çözüm**

Terzi 3 günde 8 pantolon dikerse 6 günde 16 pantolon, kalfası 2 günde 3 pantolon dikerse 6 günde 9 pantolon diker. İkisi birlikte 6 günde $16 + 9 = 25$ pantolon dikerler.

6 günde	25 pantolon dikerlerse
x günde	150 pantolon dikerler.

$$x = \frac{150 \cdot 6}{25} = 36 \text{ olduğundan ikisi birlikte 150 pantolonu 36 günde dikerler.}$$

⇒ **Örnek**

Duygu ve Gülşen bir işi birlikte 4 saat çalışarak bitirebiliyorlar. Bu işi Duygu tek başına Gülşen'in tek başına bitirebileceği sürenin 2 katı sürede bitirebiliyor.

Buna göre Gülşen'in bu işi tek başına kaç saatte bitirebileceğini bulalım.

⇒ **Çözüm**

Gülşen işi t saatte bitirirse Duygu 2t saatte bitirir.

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{2t} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{2+1}{2t} = \frac{1}{4}$$

(2)

$$\Rightarrow 2t = 12$$

$$\Rightarrow t = 6 \text{ bulunur.}$$

⇒ **Örnek**

Biri diğerinin 4 katı hızla çalışan iki makine bir işi birlikte 8 saatte bitirebiliyor. Bu makinelerden yavaş olan işe başladıktan 20 saat sonra ikinci makine çalıştırılıyor.

Kalan işi birlikte kaç saatte bitirebileceklerini bulalım.

⇒ **Çözüm**

İşin tamamını hızlı olan makine t saatte, yavaş olan makine 4t saatte bitirebilir.

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{4t} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{5}{4t} = \frac{1}{8} \Rightarrow t = 10 \text{ olup yavaş olan makine işi 40 saatte bitirebilir. 20 saatte } 20 \cdot \frac{1}{40} = \frac{1}{2} \text{ ini bitirir. İkisi birlikte işin tamamını}$$

8 saatte bitirebildiklerinden kalan yarısını 4 saatte bitirirler.

DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER

ALİŞTIRMALAR

1. Bir yarışmada sorulan soruların bazılarının doğru cevabı 4 puan, bazılarının doğru cevabı 6 puandır. Yarışmadaki 12 sorunun hepsine doğru cevap veren yarışmacı 54 puan kazandığına göre 6 puanlık kaç soruya doğru cevap vermiştir?
2. Bir kasadaki limonların önce $\frac{2}{3}$ si, sonra kalan limonların yarısı satılmıştır. Geriye 10 limon kaldığına göre başlangıçta kasada kaç limon vardı?
3. Bir bisikletli bir yolun önce $\frac{1}{6}$ ini, sonra kalan yolun $\frac{1}{3}$ ini gidiyor. 40 m daha gittiğinde yolun yarısına geliyor. Yolun uzunluğu kaç metredir?
4. Taksitli fiyatı 2400 TL olan bir koltuk takımı peşin alındığında taksitli fiyat üzerinden %20 indirim uygulanacaktır. Peşin ödeme yaparak bu koltuk takımını alan bir kişi kaç lira kâr etmiştir?
5. Bir kuaförde saç kestirme 20 TL, fön çektirme 10 TL, saç kestirme ve fön çektirme 25 TL dir. Bir gün içinde kuaföre toplam 18 müşteri gelmiştir. Saç kestiren müşteri sayısı 10, fön çektiren müşteri sayısı 13 olduğuna göre bu kuaförün o günkü kazancı kaç liradır?
6. Ömer ve Hakan'ın bugünkü yaşları toplam 30 dur. Ömer 3 yıl önce, Hakan 4 yıl sonra doğmuş olsaydı bugünkü yaşları toplamı kaç olurdu?
7. Bir baba ile iki çocuğunun yaşları toplamı 70 tir. 5 yıl önce babanın yaşı çocuklarının yaşları toplamının 3 katından 5 eksikti. Buna göre babanın şimdiki yaşı kaçtır?
8. Kilogramı 4 liradan alınan bir kayısı kurutulunca ağırlığının %40 ını kaybediyor. Kuru kayısının kilogramı 10 liradan satılırsa yüzde kaç kâr edilir?
9. Bir satıcı elindeki bardakların %60 ını %30 kârla satıyor. Geriye kalan bardakların yarısı kırılıyor. Satıcı zarar etmemek için kalan bardakları en az yüzde kaç kâr ile satmalıdır?

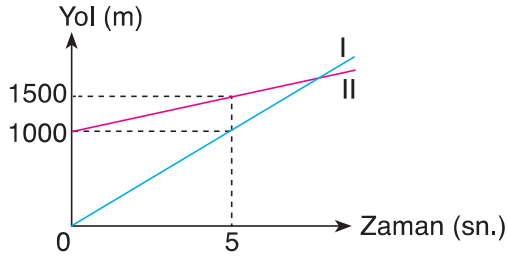
10. Aynı nitelikteki 6 işçi birlikte çalışmaya başlıyorlar. Her gün bir işçi ayrılıyor ve işin tamamı 4 günde bitiyor.

Buna göre bir işçi tek başına işin tamamını kaç günde bitirebilir?

11. Boyları eşit iki mumdan biri 8 saatte, diğeri 6 saatte tamamen eriyor.

Aynı anda yakıldıktan kaç saat sonra mumların boylarının oranı $\frac{2}{3}$ olur?

12. Grafik: Yolun Zaman Göre Değişimi



Sabit hızla aynı yöne hareket eden iki hareketlinin aldıkları yolun zamana göre değişimini gösteren doğrusal grafik yanda verilmiştir.

Buna göre I. hareketli II. hareketliye kaç saniye sonra yetişir?

13. Erkan bisikletiyle belli bir yolu 6 km/sa. hızla gitmiş ve 12 km/sa. hızla geri dönmüştür.

Erkan'ın gidiş dönüşteki ortalama hızı kaç m/sn. dir?

14. Turhan bir işin $\frac{1}{4}$ ini yaptıktan sonra 8 gün daha çalışarak işin yarısını bitiriyor.

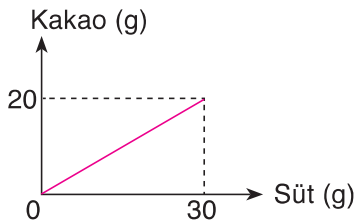
Turhan işin tamamını bitirmek için kaç gün daha çalışmalıdır?

15. Tuz oranı %10 olan 20 litre tuzlu suya kaç litre su eklenirse karışımın tuz oranı %8 olur?

16. Reyhan Hanım, şapka örüp satarak aile ekonomisine katkıda bulunmak istiyor. Şapka modelleri için 30 TL ye bir dergi alıyor. Öreceği bir şapka için malzeme giderinin 5 TL olacağını hesaplayıp satış fiyatını 20 TL olarak belirliyor.

Bu şapkaların satışından en az 270 TL kâr etmek isteyen Reyhan Hanım en az kaç şapka satmalıdır?

17. Grafik: Süt ve Kakao Miktarları



Bir kakaolu sütün içindeki süt ve kakao miktarlarının oranını gösteren doğrusal grafik yanda verilmiştir. Bu kakaolu sütün 160 gramının içine 40 gram kakao ekleniyor.

Yeni karışımın kakao oranı yüzde kaç olur?

1. $A = (-\infty, 9)$ ve $B = [8, \infty)$ olduğuna göre $A - B$ aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $(-\infty, 8]$ B) $[9, \infty)$
 C) $(-\infty, 8)$ D) $(9, \infty)$
 E) $[8, 9)$

2. I. Her irrasyonel sayı devirli ondalık gösterime dönüştürülebilir.
 II. Rasyonel sayılar kümesi ile irrasyonel sayılar kümesi ayrıktır.
 III. İki irrasyonel sayı arasında sonlu sayıda irrasyonel sayı vardır.
 IV. Bütün gerçel sayılar rasyonel sayıdır.
 V. Bütün tam sayılar irrasyonel sayıdır.
 Yukarıdaki ifadelerden kaç tanesi doğrudur?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $3x - 1 = 8$ ve $2x + a = 10$ denklemlerinin çözüm kümeleri aynı ise a aşağıdakilerden hangisidir?
- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

4. $-3(-5 - 2x) \geq -3(1 - 3x)$ eşitsizliğinin doğal sayılar kümesindeki çözüm kümesi kaç elemanlıdır?
- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

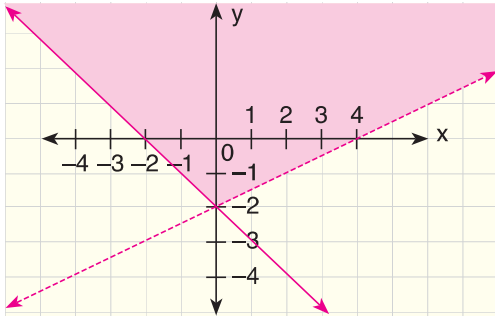
5. $|x^2 + 2x - 3| = |x + 3|$ denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?
- A) 3 B) 2 C) 0 D) -1 E) -2

6. $ax + 15y - b = 0$
 $-2x + 3y - 1 = 0$ denklemler sisteminin çözüm kümesi sonsuz elemanlı ise $a - b$ kaçtır?
- A) -15 B) -5 C) 5 D) 15 E) 20

7. $\frac{3}{\sqrt{5 + \sqrt{24}}} - \frac{9}{\sqrt{3}}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $3\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $-2\sqrt{3}$
 D) $-3\sqrt{2}$ E) $-3\sqrt{3}$

8. $(0,5)^{2x+3} = 8^{x+4}$ denklemini sağlayan x değeri kaçtır?
- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

9.



Yukarıdaki koordinat sisteminde çözüm kümesi boyanarak gösterilen eşitsizlik sistemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + y \leq -2$ B) $x + y \geq 2$
 $x - 2y > 4$ $x - y < 4$
 C) $x + y > -2$ D) $x - y \geq 2$
 $x - 2y \leq 4$ $x - 2y < 4$
 E) $x + y \geq -2$
 $x - 2y < 4$

10. $2a3b$ dört basamaklı sayısı 9 ile kalansız bölünüyor ve 5 ile bölümünden 4 kalanını veriyor. Buna göre a nın alacağı değerler toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 13 C) 12 D) 11 E) 9

11. 24 litre zeytinyağı, 16 litre ayçiçek yağı ve 40 litre fındık yağı karıştırılmadan eşit hacimli şişelere hiç artmamak koşulu ile doldurulacaktır. En az kaç şişeye ihtiyaç vardır?

- A) 7 B) 8 C) 10 D) 12 E) 13

12. Bir lokantaya giden Elif'in 20 TL si, Mert'in 15 TL si ve Mutlu'nun 25 TL si vardır.

Bu üç arkadaş 48 TL lik hesabı paralarıyla doğru orantılı paylaşırsa Mutlu kaç TL öder?

- A) 12 B) 15 C) 16 D) 20 E) 22

13. Şeker oranı %40 olan 70 gram şekerli su karışımına 27 gram şeker ve 28 gram saf su ekleniyor.

Yeni karışımın şeker oranı yüzde kaçtır?

- A) 52 B) 50 C) 48 D) 46 E) 44

14. A köyünden C köyüne gidecek olan bir araç B köyünden geçecektir. Bu araç

- ❖ A köyü ile B köyü arasındaki yolu saatte ortalama V km hızla 3 saatte alıyor.
- ❖ B köyü ile C köyü arasındaki yolu hızını saatte ortalama 30 km artırarak 2 saatte alıyor.
- ❖ Yolculuk süresince toplam 180 km yol alıyor.

Buna göre V kaçtır?

- A) 18 B) 22 C) 24 D) 30 E) 34

15. Gökhan'ın çalışma hızı Murat'ın çalışma hızının 2 katı, Mesut'un çalışma hızının yarısıdır. Üçü birlikte bir işi 16 günde bitirebildiklerine göre aynı işi Mesut tek başına kaç günde bitirir?

- A) 7 B) 14 C) 28 D) 56 E) 112

16. Şükrü ile annesinin yaşları toplamı 60 tır.

Şükrü annesinin yaşına geldiğinde annesi 69 yaşında olacağına göre Şükrü'nün şimdiki yaşı kaçtır?

- A) 20 B) 19 C) 18 D) 17 E) 16

1. Aşağıdaki kümelerden hangisinin elemanları irrasyonel sayıdır?

A) $\{3, \bar{7}\}$ B) $\{-\sqrt{2}, \sqrt[3]{5}, \pi\}$
 C) $\left\{\frac{1}{3}\right\}$ D) $\left\{-\frac{5}{2}, -\frac{1}{4}, 8\right\}$
 E) $\{0, 125\}$

2. $\frac{a-x}{2} - \frac{3x-1}{3} = -\frac{1}{6}$

denkleminin çözüm kümesi $\{-1\}$ olduğuna göre a kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) 0 D) 3 E) 4

3. $5x - 1 \leq 3x + 7$

eşitsizliğin gerçek sayılar kümesindeki çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -4)$ B) $(-\infty, -4]$
 C) $(-\infty, 2)$ D) $(-\infty, 4)$
 E) $(-\infty, 4]$

4. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

$\frac{x}{5} + \frac{y}{2} = 3$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{(-15, 12)\}$ B) $\{(-15, -12)\}$
 C) $\{(15, 12)\}$ D) $\{(15, -12)\}$
 E) $\{(-12, -15)\}$

5. $5 + 2|2 - 2x| \leq 13$

eşitsizliğin gerçek sayılar kümesindeki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-1, 3)$ B) $[-1, 3)$
 C) $[-1, 3]$ D) $(-1, 2]$
 E) $[-1, 2]$

6. Aşağıda verilen eşitsizlik sistemlerinden hangisinin çözümü boş kümedir?

- A) $y < x + 2$ B) $y < x + 2$
 $y < x - 3$ $y > x - 3$
 C) $2y - x < 4$ D) $2x - y < 10$
 $y + 4x > 8$ $2x - y \geq 6$
 E) $y > x + 2$
 $y < x - 3$

7. $\frac{5^{n+3} - 2 \cdot 5^{n+2}}{5^{n+1}}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 25 B) 20 C) 15 D) 10 E) 5

8. $\sqrt[3]{4\sqrt{2}} = \sqrt[3]{2\sqrt{x+1}}$

denkleminin gerçek sayılar kümesindeki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) \emptyset B) $\{2\}$ C) $\{\sqrt{2} + 1\}$
 D) $\{\sqrt{2} - 1\}$ E) $\{\sqrt{2}\}$