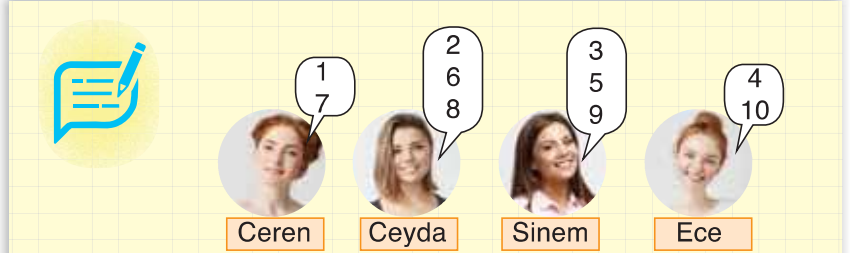


### 9.3.2.3. Periyodik Olarak Tekrar Eden Problemler



Yan yana sıralanan Ceren, Ceyda, Sinem ve Ece sırasıyla ardışık sayılar söylüyorlar. Ceren 1 sayısı ile başlıyor ve sıra soldan sağa doğru, Ece'den sonra ise sağdan sola doğru devam ediyor.

» Bu şekilde devam edildiğinde 32 sayısını kim söyler?

#### Örnek

ALİALİALİ ... şeklinde oluşturulan harf dizisinin baştan 47. harfini bulalım.

#### Çözüm

3 farklı harf kullanılarak oluşturulan dizide her harf 3 harfte bir tekrar etmektedir. O hâlde 47 sayısını 3 e böldüğümüzde kalan 2 çıktığı için ALİ kelimesindeki 2. harf olan L harfi baştan 47. harf olur.

$$\begin{array}{r} 47 \overline{) 3} \\ - 3 \quad \overline{) 15} \\ \hline 17 \\ - 15 \\ \hline 2 \end{array}$$

#### Örnek

Bugün günlerden perşembe olduğuna göre 107 gün sonra hangi gün olacağını bulalım.

#### Çözüm

1 hafta 7 gün olduğundan verilen gün sayısı 7 ye bölünür. Perşembe gününü 0 kabul ederek haftanın günlerini aşağıdaki gibi numaralandıralım.

Perşembe	Cuma	Cumartesi
0	1	2

$$\begin{array}{r} 107 \overline{) 7} \\ - 7 \quad \overline{) 15} \\ \hline 37 \\ - 35 \\ \hline 2 \end{array}$$

Kalan 2 olduğundan 107 gün sonra cumartesi olur.

#### Örnek

Bir hemşire 4 günde bir nöbet tutmaktadır. İlk nöbetini pazartesi günü tuttuğuna göre 53. nöbetini hangi gün tutacağını bulalım.

### ⇒ Çözüm

Hemşire ilk nöbetini pazartesi günü tuttuğuna göre 52 nöbet daha tutacaktır. Her nöbet arası 4 gün olacağından  $52 \cdot 4 = 208$  gün sonra 53. nöbetini tutacaktır. İlk nöbetini pazartesi tuttuğu için haftanın günlerinden pazartesiyi 0 kabul ederek aşağıdaki gibi numaralandıralım.

$$\begin{array}{r} 208 \overline{)7} \\ - 14 \overline{)29} \\ \hline 68 \\ - 63 \\ \hline 05 \end{array}$$

Pazartesi	Salı	Çarşamba	Perşembe	Cuma	Cumartesi
0	1	2	3	4	5

208 sayısını 7 ye böldüğümüzde kalan 5 olduğundan 53. nöbetini cumartesi günü tutacaktır.



Aşağıda bir hastanedeki doktorların ilk nöbet günleri ve kaç günde bir nöbet tutacakları verilmiştir.

Doktorların 38. nöbetlerini hangi gün tutacaklarını tabloda ilgili yere yazınız.

Doktorlar	İlk Nöbet günü	Kaç Günde Bir Nöbet Tutacakları	38. Nöbet Günü
Elif	Pazar	5	
Mehmet	Çarşamba	4	
Nur	Salı	6	
Poyraz	Cuma	3	

### ⇒ Örnek

İrem, Elif ve Sinem sırasıyla 4, 6 ve 8 günde bir piyano kursuna gitmektedir.

3. kez üçü birlikte cumartesi günü gittiklerine göre 7. kez birlikte hangi gün piyano kursuna gideceklerini bulalım.

### ⇒ Çözüm

$EKOK(4, 6, 8) = 24$  olduğundan İrem, Elif ve Sinem 24 günde bir birlikte piyano kursuna gitmektedir. Birlikte  $7 - 3 = 4$  kez daha piyano kursuna gideceklerdir. Bunun için geçen süre  $24 \cdot 4 = 96$  gün olacaktır. Cumartesi gününü 0 kabul ederek haftanın günlerini aşağıdaki gibi numaralandıralım.

$$\begin{array}{r} 96 \overline{)7} \\ - 7 \overline{)13} \\ \hline 26 \\ - 21 \\ \hline 5 \end{array}$$

Cumartesi	Pazar	Pazartesi	Salı	Çarşamba	Perşembe
0	1	2	3	4	5

96 sayısını 7 ye böldüğümüzde 5 olduğundan 7. kez birlikte piyano kursuna perşembe günü gideceklerdir.

## DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER

### ALİŞTIRMALAR

1. Bugün günlerden pazar olduğuna göre 243 sonra hangi gündür?
2. Bir trafik lambasında sırasıyla 60 saniye kırmızı, 10 saniye sarı ve 50 saniye de yeşil ışık yanmaktadır. Buna göre kırmızı ışığın yandığı andan itibaren 60 dakika sonra hangi ışık yanar?
3. SAYGISAYGISAYGI ... şeklinde devam eden bir harf dizisinin 350. harfi hangisidir?
4. 3 ayda bir sefere çıkan bir gemi ilk seferine kasım ayında çıkarsa 17. seferine hangi ay çıkar?
5. Bir hastanın tedavisi için alması gereken ilaçlar ve zamanlar aşağıdaki gibidir.
  - X ilacını 3 günde bir alacaktır.
  - Y ilacını 4 günde bir alacaktır.
  - Z ilacını X ve Y ilaçlarını birlikte aldığı günlerde alacaktır.Hasta X, Y ve Z ilacını birlikte ilk kez cuma günü alıyor.  
Buna göre 20. defa üç ilacı birlikte aldığı anda Y ilacından kaç kez almış olur?
6. Gökhan 4 günde bir Ezgi ise 5 günde bir kütüphaneye gitmektedir.  
Gökhan ve Ezgi ilk kez cumartesi günü birlikte kütüphaneye gittiklerine göre 15. kez kütüphaneye hangi gün birlikte giderler?
7. Uğur diş tedavisi için 10 günde bir diş hastanesine kontrole gidecektir. Uğur ilk kez diş hastanesine salı günü gitmiştir.  
Buna göre 9. kontrolüne hangi gün gideceğini bulunuz.

### 9.3.3. BİRİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER

Dikdörtgen şeklindeki bir arazinin kısa kenarının uzunluğu 10 metredir. Bu arazinin çevresinin en az 80 metre ve en fazla 120 metre aralığında olduğu biliniyor.

\* Arazinin uzun kenarının uzunluğu hangi aralıktadır?

#### 9.3.3.1. Gerçek Sayılar Kümesinde Aralık Kavramı



$$A = \{x \mid -2 < x < 5, x \in \mathbb{R}\}$$

$$B = \{x \mid -2 \leq x \leq 5, x \in \mathbb{R}\}$$

$$C = \{x \mid -2 \leq x < 5, x \in \mathbb{R}\}$$

$$D = \{x \mid -2 < x \leq 5, x \in \mathbb{R}\}$$

- » A, B, C ve D kümelerinin elemanları liste yöntemi ile yazılabilir mi?
- » -2 ve 5 gerçekte sayıları A, B, C ve D kümelerine ait midir?

#### Sembol ve Gösterimler

&lt;

≤

&gt;

≥

[a, b]

(a, b)

[a, b)

(a, b]

 $(-\infty, \infty)$ 

|x|

#### Bilgi Kutusu



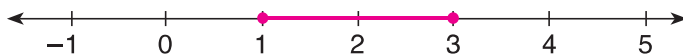
- ❖ Sayı doğrusu üzerinde birbirinden farklı iki noktanın arasındaki tüm gerçekte sayılardan oluşan alt kümeye **aralık** denir.
- ❖ Aralıklar verilen kümeye uç noktaların dahil edilip edilmemesine bağlı olarak isimlendirilirler.  $[a, b)$ ,  $(a, b]$ ,  $[a, b]$  ve  $(a, b)$  gösterimlerindeki a ve b gerçekte sayıları birer uç noktadır.

#### Örnek

$A = \{x \mid 1 \leq x \leq 3, x \in \mathbb{R}\}$  kümesini sayı doğrusu üzerinde gösterelim.

#### Çözüm

$A = \{x \mid 1 \leq x \leq 3, x \in \mathbb{R}\}$  kümesi 1 ile 3 arasındaki (1 ve 3 dahil) tüm gerçekte sayılara karşılık gelen noktaların oluşturduğu doğru parçasıdır. Bu aralık sayı doğrusu üzerinde aşağıdaki gibi gösterilir.



### Bilgi Kutusu



$a, b \in \mathbb{R}$  ve  $a < b$  olmak üzere  $\{x \mid a \leq x \leq b, x \in \mathbb{R}\}$  kümesine **kapalı aralık** denir ve  $[a, b]$  biçiminde gösterilir.

### Örnek

$A = \{x \mid -1 < x < 2, x \in \mathbb{R}\}$  kümesini sayı doğrusu üzerinde gösterelim.

### Çözüm

$A = \{x \mid -1 < x < 2, x \in \mathbb{R}\}$  kümesi  $-1$  ile  $2$  sayıları arasındaki ( $-1$  ve  $2$  hariç) tüm gerçekte sayılara karşılık gelen noktaların oluşturduğu doğru parçasıdır. Bu aralık sayı doğrusu üzerinde aşağıdaki gibi gösterilir.



### Bilgi Kutusu



$a, b \in \mathbb{R}$  ve  $a < b$  olmak üzere  $\{x \mid a < x < b, x \in \mathbb{R}\}$  kümesine **açık aralık** denir ve  $(a, b)$  biçiminde gösterilir.

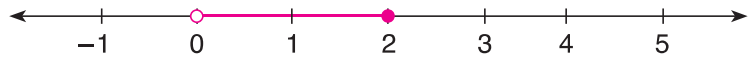
### Örnek

Aşağıdaki kümeleri sayı doğrusu üzerinde gösterelim.

- a)  $A = \{x \mid 0 < x \leq 2, x \in \mathbb{R}\}$   
b)  $B = \{x \mid -1 \leq x < 1, x \in \mathbb{R}\}$

### Çözüm

a)  $A = \{x \mid 0 < x \leq 2, x \in \mathbb{R}\}$  kümesi  $0$  ile  $2$  arasındaki ( $0$  hariç,  $2$  dahil) tüm gerçekte sayılara karşılık gelen noktaların oluşturduğu doğru parçasıdır. Bu aralık sayı doğrusu üzerinde aşağıdaki gibi gösterilir.



b)  $B = \{x \mid -1 \leq x < 1, x \in \mathbb{R}\}$  kümesi  $-1$  ile  $1$  arasındaki ( $-1$  dahil,  $1$  hariç) tüm gerçekte sayılara karşılık gelen noktaların oluşturduğu doğru parçasıdır. Bu aralık sayı doğrusu üzerinde aşağıdaki gibi gösterilir.



## Bilgi Kutusu



$a, b \in \mathbb{R}$  ve  $a < b$  olmak üzere  $\{x \mid a \leq x < b, x \in \mathbb{R}\}$  ve  $\{x \mid a < x \leq b, x \in \mathbb{R}\}$  kümesine **yarı açık aralık** denir ve sırasıyla  $[a, b)$  ve  $(a, b]$  biçiminde gösterilir.



Aşağıdaki kümelere karşılık gelen aralıkları yazıp sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.

- a)  $A = \{x \mid x < 7, x \in \mathbb{R}\}$       b)  $B = \{x \mid x \leq -2, x \in \mathbb{R}\}$   
 c)  $C = \{x \mid x > -4, x \in \mathbb{R}\}$       ç)  $D = \{x \mid x \geq 1, x \in \mathbb{R}\}$

## Bilgi Kutusu



Uç noktalarından birinin ya da ikisinin sınırlandırılmadığı aralıklar  $a \in \mathbb{R}$  olmak üzere  $(a, \infty)$ ,  $[a, \infty)$ ,  $(-\infty, a)$ ,  $(-\infty, a]$ ,  $(-\infty, \infty)$  şeklinde gösterilir.

## Örnek

$A = (-2, 5)$  ve  $B = [3, \infty)$  aralıkları veriliyor.

Buna göre aşağıda istenen kümeleri bulalım.

- a)  $A \cup B$                       b)  $A \cap B$   
 c)  $A - B$                       ç)  $B - A$

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

## Çözüm

$$\begin{aligned} \text{a) } A \cup B &= (-2, 5) \cup [3, \infty) = \{x \mid -2 < x < 5 \vee 3 \leq x < \infty, x \in \mathbb{R}\} \\ &= \{x \mid -2 < x < \infty, x \in \mathbb{R}\} \\ &= (-2, \infty) \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } A \cap B &= (-2, 5) \cap [3, \infty) = \{x \mid -2 < x < 5 \wedge 3 \leq x < \infty, x \in \mathbb{R}\} \\ &= \{x \mid 3 \leq x < 5, x \in \mathbb{R}\} \\ &= [3, 5) \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } A - B &= A \cap B^c = \{x \mid -2 < x < 5 \wedge x < 3, x \in \mathbb{R}\} \\ &= \{x \mid -2 < x < 3, x \in \mathbb{R}\} \\ &= (-2, 3) \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ç) } B - A &= B \cap A^c = \{x \mid 3 \leq x < \infty \wedge (-\infty < x \leq -2 \vee 5 \leq x < \infty), x \in \mathbb{R}\} \\ &= \{x \mid 5 \leq x < \infty, x \in \mathbb{R}\} \\ &= [5, \infty) \text{ olur.} \end{aligned}$$

## DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER

### ALİŞTIRMALAR

- Aşağıda verilen aralıkları sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.  
a.  $(3, 6]$                       b)  $(-4, 3)$                       c)  $[-5, -1)$                       ç)  $[3, 4]$
- $A = (-7, 5)$  ve  $B = [3, \infty)$  olmak üzere  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A - B$ ,  $B - A$ ,  $A^c$ ,  $B^c$  kümelerini bularak sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.
- $A = \{x \mid x < -3, x \in \mathbb{R}\}$  ve  $B = \{x \mid x \geq 2, x \in \mathbb{R}\}$  kümelerine karşılık gelen aralıkları yazıp sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.
- Aşağıdaki tabloda boş bırakılan yerleri örnekten yararlanarak doldurunuz.

Sözel ifade	Eşitsizlik ile Gösterimi	Aralık ile Gösterimi
Bugün hava sıcaklığı en az 15, en fazla 21 derece olacak.	$15 \leq x \leq 21$	$[15, 21]$
Sınavda başarılı olabilmek için 100 üzerinden en az 45 almak gerekiyor.		
Araç yolculuk boyunca en fazla 120 km/sa. hız yaptı.		
Topraktaki suyun pH değeri 6 ile 8,5 arasında değişir.		
Bebekler için ideal oda sıcaklığı 20 ile 24 derece arasındadır.		

- $A = \{x \mid x \geq 7, x \in \mathbb{R}\}$  kümesi için  $\mathbb{R} \cap A$ ,  $\mathbb{R} \cup A$  ve  $\mathbb{R} - A$  kümelerini bularak sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.

### 9.3.3.2. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem ve Eşitsizliklerin Çözüm Kümeleri

#### Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler



I.  $3x + 10 = 1$

II.  $2x + 3 = 2 \cdot (x - 2)$

III.  $x - 5 = 2x - 5 - x$

» I, II ve III numaralı denklemleri sağlayan  $x$  değerlerinin kümesini bulabilir misiniz?

#### Bilgi Kutusu



$a, b \in \mathbb{R}$  ve  $a \neq 0$  olmak üzere  $ax + b = 0$  şeklinde ifade edilebilen denklemlere **birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler** denir.

$ax + b = 0$  denklemini sağlayan  $x$  değerlerine **denklemin kökü** denir.  $ax + b = 0$  denkleminde

✓  $a \neq 0$  ise çözüm kümesi  $\left\{-\frac{b}{a}\right\}$

✓  $a = 0$  ve  $b = 0$  ise çözüm kümesi  $\mathbb{R}$

✓  $a = 0$  ve  $b \neq 0$  ise çözüm kümesi  $\emptyset$

şeklinde olur.

!  $ax + b = 0$  denklemini sağlayan  $x$  değerlerinin kümesine denklemin çözüm kümesi denir.

#### Örnek

$2 \cdot (x - 6) = 14$  denkleminin çözüm kümesini gerçekte sayılar kümesinde bulalım.

#### Çözüm

$2 \cdot (x - 6) = 14 \Rightarrow 2x - 12 = 14 \Rightarrow 2x = 14 + 12 \Rightarrow 2x = 26 \Rightarrow x = 13$  olup denklemin çözüm kümesi  $\{13\}$  tür.

#### Örnek

$\frac{x+1}{2x-2} = \frac{3}{2}$  denkleminin çözüm kümesini tam sayılar ve gerçekte sayılar kümelerinde bulalım.

#### Çözüm

$$\frac{x+1}{2x-2} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2 \cdot (x+1) = 3 \cdot (2x-2) \Rightarrow 2x+2 = 6x-6$$

$$\Rightarrow 2x-6x = -6-2 \Rightarrow -4x = -8 \Rightarrow x = 2 \text{ olur.}$$

$2 \in \mathbb{Z}$  ve  $2 \in \mathbb{R}$  olduğundan denklemin tam sayılar ve gerçekte sayılar kümesindeki çözüm kümesi  $\{2\}$  dir.

! Bir denklemden eşitliğin her iki tarafına aynı sayı eklenirse veya her iki tarafından aynı sayı çıkarılırsa eşitlik bozulmaz.



! Bir denklemde eşitliğin her iki tarafı sıfırdan farklı bir sayı ile çarpılırsa eşitlik bozulmaz.

! Bir denklemde eşitliğin her iki tarafı sıfırdan farklı bir sayıya bölünürse eşitlik bozulmaz.

### ⇒ Örnek

$3 \cdot (5x - 3) = 2 \cdot (3x + 1) + 6$  denkleminin çözüm kümesini tam sayılar ve gerçek sayılar kümelerinde bulalım.

### ⇒ Çözüm

$$\begin{aligned} 3 \cdot (5x - 3) &= 2 \cdot (3x + 1) + 6 \Rightarrow 15x - 9 = 6x + 2 + 6 \\ &\Rightarrow 15x - 9 = 6x + 8 \Rightarrow 15x - 6x = 9 + 8 \\ &\Rightarrow 9x = 17 \Rightarrow x = \frac{17}{9} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

$\frac{17}{9} \in \mathbb{R}$  olduğundan denklemin gerçek sayılar kümesindeki çözüm kümesi  $\left\{ \frac{17}{9} \right\}$ ,  $\frac{17}{9} \notin \mathbb{Z}$  olduğundan denklemin tam sayılar kümesindeki çözüm kümesi  $\{ \}$  dir.

### ⇒ Örnek

$\frac{x-1}{3} + \frac{2x}{5} = \frac{1}{15}$  denkleminin çözüm kümesini gerçek sayılar kümesinde bulalım.

### ⇒ Çözüm

$$\begin{aligned} \frac{x-1}{3} + \frac{2x}{5} &= \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{5x-5}{15} + \frac{6x}{15} = \frac{1}{15} \Rightarrow 5x - 5 + 6x = 1 \\ (5) \quad (3) & \\ &\Rightarrow 11x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{11} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

$\frac{6}{11} \in \mathbb{R}$  olduğundan denklemin gerçek sayılar kümesindeki çözüm kümesi  $\left\{ \frac{6}{11} \right\}$  dir.

### ⇒ Örnek

$2a + (a - 2)x + 3 = 5 - x$  denkleminin çözüm kümesi  $\{2\}$  olduğuna göre  $a$  sayısını bulalım.

### ⇒ Çözüm

Verilen denklemin çözüm kümesi  $\{2\}$  olduğundan, denklemde  $x$  yerine 2 yazalım.

$$\begin{aligned} 2a + (a - 2)x + 3 &= 5 - x \Rightarrow 2a + (a - 2) \cdot 2 + 3 = 5 - 2 \\ &\Rightarrow 2a + 2a - 4 + 3 = 3 \\ &\Rightarrow 4a = 4 \Rightarrow a = 1 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

⇒ **Örnek**

$2 \cdot (x - 2) + x + 3 = 3 \cdot (x + 2) + 12$  denkleminin çözüm kümesini gerçekte sayılar kümesinde bulalım.

⇒ **Çözüm**

$$\begin{aligned} 2 \cdot (x - 2) + x + 3 &= 3 \cdot (x + 2) + 12 \Rightarrow 2x - 4 + x + 3 = 3x + 6 + 12 \\ &\Rightarrow 3x - 1 = 3x + 18 \\ &\Rightarrow 3x - 3x = 18 + 1 \Rightarrow 0 = 19 \end{aligned}$$

olduğundan denklemin çözüm kümesi  $\{ \}$  dir.

⇒ **Örnek**

$4 \cdot (x + 1) + 2x = 3 \cdot (2x + 1) + 1$  denkleminin çözüm kümesini gerçekte sayılar kümesinde bulalım.

⇒ **Çözüm**

$$\begin{aligned} 4 \cdot (x + 1) + 2x &= 3 \cdot (2x + 1) + 1 \Rightarrow 4x + 4 + 2x = 6x + 3 + 1 \\ &\Rightarrow 6x + 4 = 6x + 4 \Rightarrow 0 = 0 \end{aligned}$$

olduğundan denklemin çözüm kümesi  $\mathbb{R}$  dir.

⇒ **Örnek**

$a \cdot (x - 1) = 2x + 3a + 1$  denkleminde  $a$  nın hangi değeri için  $x$  değerinin bulunamayacağını bulalım.

⇒ **Çözüm**

$$\begin{aligned} a \cdot (x - 1) &= 2x + 3a + 1 \Rightarrow a \cdot x - a = 2x + 3a + 1 \\ &\Rightarrow a \cdot x - 2 \cdot x = a + 3a + 1 \\ &\Rightarrow x \cdot (a - 2) = 4a + 1 \Rightarrow x = \frac{4a + 1}{a - 2} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

$a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2$  için  $x$  değeri bulunamaz.

!  $a \neq 0$ ,  $a \in \mathbb{R}$  olmak üzere  $\frac{a}{0}$  ifadesi tanımsızdır.

⇒ **Örnek**

$2ax - 4 = 6x - b$  denkleminin gerçekte sayılar kümesindeki çözüm kümesi  $\mathbb{R}$  ise  $a \cdot b$  değerini bulalım.

⇒ **Çözüm**

$$2a \cdot x - 4 = 6x - b \Rightarrow 2ax - 6x + b - 4 = 0 \Rightarrow (2a - 6)x + b - 4 = 0$$

ifadesinde  $2a - 6 = 0$  ve  $b - 4 = 0$  olmalıdır.

$$2a - 6 = 0 \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \text{ ve } b - 4 = 0 \Rightarrow b = 4 \text{ olur.}$$

Buradan  $a \cdot b = 3 \cdot 4 = 12$  bulunur.

!  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $ax + b = 0$  denklemin gerçekte sayılardaki çözüm kümesi  $\mathbb{R}$  ise  $a = 0$  ve  $b = 0$  tir.

## DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER

!  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $ax + b = 0$  denkleminin gerçekte sayılar kümesindeki çözüm kümesi  $\{ \}$  ise  $a = 0$  tir.

⇒ **Örnek**

$(3m - 9)x - 6 = 0$  denkleminin gerçekte sayılar kümesindeki çözüm kümesi  $\{ \}$  olduğuna göre  $m$  değerini bulalım.

⇒ **Çözüm**

Verilen denklemin gerçekte sayılar kümesindeki çözüm kümesi  $\{ \}$  ise  $(3m - 9)x - 6 = 0$  denkleminde  $3m - 9 = 0$  olmalıdır.

$3m - 9 = 0 \Rightarrow 3m = 9 \Rightarrow m = 3$  bulunur.



Aşağıda verilen denklemlerin çözüm kümelerini bulunuz.

a)  $3(2x - 1) = 6x + 3$       b)  $\frac{x+1}{3x-2} = \frac{1}{7}$

c)  $\frac{x-1}{2} + 3 \cdot (x-1) = 3$       ç)  $2 \cdot (4x - 3) - 1 = -7 + 8x$

### Birinci Dereden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlikler



Bir mağazadaki bütün ürünlerin fiyatı 200 TL dir. Bu mağazadaki ürünlere %10 ile %25 arasında değişen oranlarda indirim yapılıyor.

» Bu mağazadaki ürünlerin satış fiyatları hangi aralıkta olur?

### Bilgi Kutusu



$a, b \in \mathbb{R}$  ve  $a \neq 0$  olmak üzere  $ax + b < 0$ ,  $ax + b \leq 0$ ,  $ax + b > 0$ ,  $ax + b \geq 0$  şeklindeki eşitsizliklere **birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler** denir.

! Eşitsizliğin her iki tarafına aynı sayı eklenirse eşitsizliğin yönü değişmez.

⇒ **Örnek**

$2x + 6 < 1$  eşitsizliğinin çözüm kümesini doğal sayılar ve gerçekte sayılar kümelerinde bulalım.

⇒ **Çözüm**

$2x + 6 < 1 \Rightarrow 2x < 1 - 6 \Rightarrow 2x < -5 \Rightarrow x < -\frac{5}{2}$  bulunur.

O hâlde denklemin doğal sayılardaki çözüm kümesi  $\{ \}$ , gerçekte sayılardaki çözüm kümesi  $(-\infty, -\frac{5}{2})$  dir.

! Eşitsizliğin her iki tarafı pozitif bir sayıyla çarpılırsa ya da pozitif bir sayıya bölünürse eşitsizlik yön değiştirmez.

⇒ **Örnek**

$5x - 1 \geq 7x + 13$  eşitsizliğinin çözüm kümesini gerçekte sayılar kümesinde bulalım.

⇒ **Çözüm**

$5x - 1 \geq 7x + 13 \Rightarrow 5x - 7x \geq 13 + 1 \Rightarrow -2x \geq 14 \Rightarrow x \leq \frac{14}{-2} \Rightarrow x \leq -7$  olur. O hâlde denklemin gerçekte sayılar kümesindeki çözüm kümesi  $(-\infty, -7]$  dir.

! Eşitsizliğin her iki tarafı negatif bir sayıyla çarpılırsa ya da negatif bir sayıya bölünürse eşitsizlik yön değiştirir.

⇒ **Örnek**

$2 \cdot (x + 1) \leq 4x + 6 < 2x + 20$  eşitsizliğinin çözüm kümesini tam sayılar ve gerçekte sayılar kümelerinde bulalım.

⇒ **Çözüm**

$2 \cdot (x + 1) \leq 4x + 6 < 2x + 20 \Rightarrow 2x + 2 - 6 \leq 4x + 6 - 6 < 2x + 20 - 6$   
 $\Rightarrow 2x - 4 \leq 4x < 2x + 14$   
 $\Rightarrow -2x + 2x - 4 \leq 4x - 2x < -2x + 2x + 14$   
 $\Rightarrow -4 \leq 2x < 14 \Rightarrow -2 \leq x < 7$  olur.

Eşitsizliğin tam sayılar kümesindeki çözüm kümesi  $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  ve gerçekte sayılar kümesindeki çözüm kümesi  $[-2, 7)$  olur.

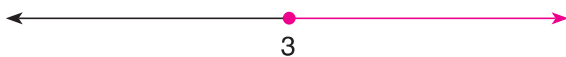
⇒ **Örnek**

$\frac{-4x - 8}{5} \leq -4$  eşitsizliğinin çözüm kümesini gerçekte sayılar kümesinde bulalım ve sayı doğrusu üzerinde gösterelim.

⇒ **Çözüm**

$\frac{-4x - 8}{5} \leq -4 \Rightarrow 5 \cdot \left( \frac{-4x - 8}{5} \right) \leq -4 \cdot 5$   
 $\Rightarrow -4x - 8 \leq -20 \Rightarrow -4x \leq -20 + 8$   
 $\Rightarrow -4x \leq -12 \Rightarrow x \geq 3$  olur.

Eşitsizliğin çözüm kümesi  $[3, \infty)$  olup sayı doğrusu üzerindeki gösterimi aşağıdaki gibidir.





**Harezmi**  
(780-850)

Cebir biliminin kurucusu olan Harezmi, Harzemşahlı bir Türk matematikçisidir. Astronomi ve coğrafya alanlarında da çalışmış, yaptığı katkılarla bu bilim dallarının gelişiminde önemli rol oynamıştır. Harezmi, birinci ve ikinci dereceden denklemleri analitik metotlarla, bir bilinmeyenli denklemleri de cebirsel ve geometrik metotlarla çözmenin kurallarını bulmuştur. Matematikte ilk kez sıfır rakamını kullanmış, zamanın matematiğine yeni bir yön vermiştir.



Aşağıdaki eşitsizliklerin çözüm kümesini gerçekte sayılar kümesinde bulunuz.

a)  $2x - 5 > 7$

b)  $-3x + 8 \leq -1$

c)  $2 \cdot (x - 2) + 3 < 7x - 8$

ç)  $\frac{-4x + 3}{2} < x - 2$

### Örnek

$a, b \in \mathbb{R}$ ,  $-1 < a < 5$  ve  $-2 < b < 3$  olduğuna göre  $b - 2a$  ifadesinin alabileceği en büyük ve en küçük tam sayı değerlerini bulalım.

### Çözüm

$$-1 < a < 5 \Rightarrow (-2) \cdot (-1) > -2 \cdot a > -2 \cdot 5 \Rightarrow 2 > -2a > -10 \text{ olur.}$$

$$\left. \begin{array}{l} -2 < b < 3 \\ -10 < -2a < 2 \end{array} \right\} \Rightarrow -2 - 10 < b - 2a < 3 + 2 \Rightarrow -12 < b - 2a < 5 \text{ olur.}$$

O hâlde  $b - 2a$  ifadesinin alabileceği en küçük tam sayı değeri  $-11$ , en büyük tam sayı değeri  $4$  tür.

### Örnek

$x, y \in \mathbb{R}$  olmak üzere  $-3 \leq x \leq -2$  ve  $-4 < y \leq 1$  olduğuna göre  $x^2 - y^2$  nin alabileceği tam sayı değerlerinin toplamını bulalım.

### Çözüm

$$-3 \leq x \leq -2 \Rightarrow (-2)^2 \leq x^2 \leq (-3)^2 \Rightarrow 4 \leq x^2 \leq 9,$$

$$-4 < y \leq 1 \Rightarrow 0 \leq y^2 < 16 \Rightarrow -16 < -y^2 \leq 0 \text{ olur.}$$

$$\left. \begin{array}{l} 4 \leq x^2 \leq 9 \\ -16 < -y^2 \leq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 4 - 16 < x^2 - y^2 \leq 9 + 0 \Rightarrow -12 < x^2 - y^2 \leq 9 \text{ olur.}$$

O hâlde  $x^2 - y^2$  nin alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı

$$(-11) + (-10) + (-9) + (-8) + \dots + (+8) + (+9) = -21 \text{ bulunur.}$$

### Örnek

$2 \cdot (x + 4) - x + 3 > 16$  eşitsizliğini sağlamayan kaç tane doğal sayı olduğunu bulalım.

### Çözüm

$$2 \cdot (x + 4) - x + 3 > 16 \Rightarrow 2x + 8 - x + 3 > 16 \Rightarrow x > 16 - 3 - 8 \Rightarrow x > 5 \text{ olur.}$$

O hâlde bu eşitsizliği sağlamayan doğal sayılar  $0, 1, 2, 3, 4, 5$  olduğundan  $6$  tanedir.

1. Aşağıdaki tabloda verilen denklemlerin çözüm kümelerini doğal sayılar, tam sayılar, rasyonel sayılar ve gerçekte sayılar kümelerinde bularak sonuçlarını ilgili yerlere yazınız.

Denklem	$\mathbb{N}$ ndeki Çözüm Kümesi	$\mathbb{Z}$ ndeki Çözüm Kümesi	$\mathbb{Q}$ ndeki Çözüm Kümesi	$\mathbb{R}$ ndeki Çözüm Kümesi
$-7x - 1 = -15$				
$2x - 7 = 2$				
$3 \cdot (x - 1) + x = 16$				
$\frac{x - 1}{3} + 2(x + 1) = 3$				

2. Aşağıdaki tabloda verilen eşitsizliklerin çözüm kümelerini doğal sayılar, tam sayılar ve gerçekte sayılar kümelerinde bularak sonuçlarını ilgili yerlere yazınız.

Eşitsizlikler	$\mathbb{N}$ ndeki Çözüm Kümesi	$\mathbb{Z}$ ndeki Çözüm Kümesi	$\mathbb{R}$ ndeki Çözüm Kümesi
$-4x + 6 > 22$			
$-3x + 5 \leq 7 - x$			
$2x + 1 < 17$			
$2x - 5 \geq -1$			

3.  $3 \cdot (x - 2) + 4 > 8 + x$  eşitsizliğini sağlamayan doğal sayıların toplamı kaçtır?

4.  $-2 < x < 3$  ve  $x - 3y = 2$  olduğuna göre  $y$  nin hangi aralıkta olduğunu bulunuz.

5.  $x, y \in \mathbb{R}$  olmak üzere  $-4 \leq x \leq -1$ ,  $-2 < y \leq 3$  olduğuna göre  $x^2 - y^2$  nin alabileceği tam sayı değerleri kaç tanedir?