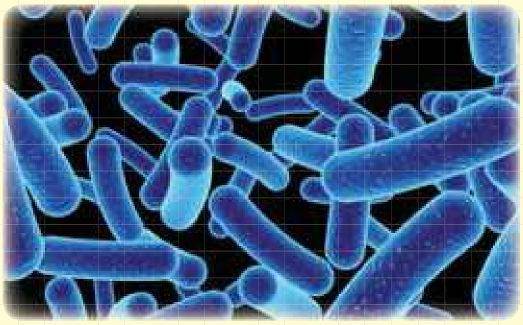
Kökün derecesi

$\sqrt[n]{a}$ Kök sembolü

9.3.4.2. Köklü İfadeleri İçeren Denklemler

Köklü İfadeler ve Özellikleri



Bir kültürdeki bakteri sayısı t geçen saati göstermek üzere 2^t ifadesi ile hesaplanabilmektedir. Bu kültürde başlangıçta 1 bakteri vardır.

» Yarım saat sonra kültürdeki bakteri sayısı kaç olur?

» 1,5 saat sonra kültürdeki bakteri sayısı kaç olur?

Bilgi Kutusu

$n \in \mathbb{Z}^+$, $n > 1$ ve $a, x \in \mathbb{R}$ olmak üzere $x^n = a$ eşitliğini sağlayan x değerlerine a nın n. kuvvetten kökü denir.

❖ n çift ise $x = \sqrt[n]{a}$ veya $x = -\sqrt[n]{a}$ tir.

❖ n tek ise $x = \sqrt[n]{a}$ tir.

Örnek

Karesi 25 olan gerçek sayıları bulalım.

Çözüm

$x^2 = 25 \Rightarrow x = \sqrt{25} \vee x = -\sqrt{25} \Rightarrow x = 5 \vee x = -5$ olur.

$\sqrt{}$ sembolü bir sayının pozitif karekökünü ifade etmek için kullanılır.

$a \in \mathbb{R}$ için $\sqrt{a} \geq 0$ dır.

Örnek

Küpü -64 olan gerçek sayıyı bulalım.

Çözüm

$x^3 = -64 \Rightarrow x = \sqrt[3]{-64} = \sqrt[3]{(-4)^3} \Rightarrow x = -4$ bulunur.

$\sqrt{a} \rightarrow$ a nın karekökü

$\sqrt[3]{a} \rightarrow$ a nın küpkökü

Örnek

Aşağıdaki sayıların gerçek sayı olup olmadıklarını belirleyelim.

a) $\sqrt[5]{-32}$ **b)** $\sqrt{12}$ **c)** $\sqrt[4]{-16}$

Çözüm

a) $\sqrt[n]{a}$ ifadesinde n tek iken $a \in \mathbb{R}$ olmalıdır. O hâlde $\sqrt[5]{-32} \in \mathbb{R}$ dir.

b) $\sqrt[n]{a}$ ifadesinde n çift iken $a \geq 0$ olmalıdır. O hâlde $\sqrt{12} \in \mathbb{R}$ dir.

c) $\sqrt[n]{a}$ ifadesinde n çift iken $a \geq 0$ olmalıdır. O hâlde $\sqrt[4]{-16} \notin \mathbb{R}$ dir.

! $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere
- $\sqrt[2n+1]{a}$ ifadesinin tanımlı olması için $a \in \mathbb{R}$ olmalıdır.
- $\sqrt[2n]{a}$ ifadesinin tanımlı olması için $a \geq 0$ olmalıdır.

Örnek

$\sqrt{x-4} + \sqrt{7-x}$ ifadesi bir gerçek sayı belirttiğine göre x in değer aralığını bulalım.

Çözüm

$\sqrt{x-4} \in \mathbb{R}$ olması için $x - 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4$ olmalıdır.
$\sqrt{7-x} \in \mathbb{R}$ olması için $7 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 7$ olmalıdır.
O hâlde x in değer aralığı [4, 7] dır.

! $n \in \mathbb{Z}^+$ ve $n > 1$ için $\sqrt[n]{0} = 0$ olur.

Sıra Sizde

$\sqrt[3]{x^2 - 2x}$ ifadesinin gerçek sayı belirtmesi için x in değer aralığını bulunuz.

Bilgi Kutusu

$n > 1$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$, $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere
- n tek ise $\sqrt[n]{x^n} = x$ tir.
- n çift ise $\sqrt[n]{x^n} = |x|$ tir.

Örnek

Aşağıdaki köklü ifadelerin değerlerini bulalım.

a) $\sqrt[4]{(-3)^4}$ **b)** $\sqrt[5]{(-1)^5}$ **c)** $\sqrt[3]{12^3}$ **ç)** $\sqrt{7^2}$

Çözüm

a) $\sqrt[4]{(-3)^4} = |-3| = 3$ olur. **b)** $\sqrt[5]{(-1)^5} = -1$ olur.

c) $\sqrt[3]{12^3} = 12$ olur. **ç)** $\sqrt{7^2} = |7| = 7$ olur.

Sıra Sizde

Aşağıdaki köklü ifadelerin değerlerini bulunuz.

a. $\sqrt{(-3)^2}$ **b.** $\sqrt[3]{(-2)^3}$ **c.** $\sqrt[6]{(-7)^6}$

Örnek

$\sqrt{(-6)^2} - \sqrt[5]{(-2)^5} - \sqrt[10]{(-1)^{10}}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$$\sqrt{(-6)^2} - \sqrt[5]{(-2)^5} - \sqrt[10]{(-1)^{10}} = |-6| - (-2) - |-1|$$
$$= 6 + 2 - 1 = 7 \text{ bulunur.}$$

Örnek

$x, y \in \mathbb{R}$ ve $x < 0 < y$ olmak üzere $\sqrt[3]{x^3} + \sqrt{(x-y)^2} + \sqrt{y^2}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$x < 0$, $x - y < 0$, $y > 0$ olduğundan

$$\sqrt[3]{x^3} + \sqrt{(x-y)^2} + \sqrt{y^2} = x + |x - y| + |y|$$
$$= x + (-x + y) + y$$
$$= x - x + y + y = 2y \text{ bulunur.}$$

Sıra Sizde

$0 < x < 2$ olmak üzere $\sqrt{(x-2)^2} + \sqrt[6]{x^6}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Örnek

16 sayısının hangi kuvvetinin 4 sayısına eşit olduğunu bulalım.

Çözüm

$16^x = 4$ eşitliğini sağlayan x sayısını bulmalıyız.

$16^x = 4 \Rightarrow (4^2)^x = 4 \Rightarrow 4^{2x} = 4^1 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ bulunur.

Yani $16^{\frac{1}{2}} = 4$ olur.

Bilgi Kutusu

$m, n \in \mathbb{Z}^+$, $n > 1$ ve $x \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$ tir.

! Her köklü sayı bir üslü sayı belirtir.

Örnek

Aşağıdaki üslü ifadeleri köklü ifade şeklinde yazalım ve değerlerini bulalım.

a) $\left(\frac{16}{9}\right)^{\frac{1}{2}}$ **b)** $2^{\frac{4}{3}}$ **c)** $9^{\frac{1}{2}}$ **ç)** $8^{\frac{2}{3}}$

Çözüm

a) $\left(\frac{16}{9}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$ olur. **b)** $2^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{2^4} = \sqrt[3]{16}$ olur.

c) $9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$ olur. **ç)** $8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$ olur.

Sıra Sizde

$\sqrt[3]{4^2}$, $\sqrt[10]{7^5}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^5}$ ifadelerini üslü ifade şeklinde yazınız.

Örnek

$7\sqrt{75} + 2\sqrt{12} - 5\sqrt{27}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$$7\sqrt{75} + 2\sqrt{12} - 5\sqrt{27} = 7\sqrt{25\cdot3} + 2\sqrt{4\cdot3} - 5\cdot\sqrt{9\cdot3}$$
$$= 7\cdot5\sqrt{3} + 2\cdot2\sqrt{3} - 5\cdot3\sqrt{3}$$
$$= (35 + 4 - 15)\sqrt{3} = 24\sqrt{3} \text{ bulunur.}$$

! $n \in \mathbb{Z}^+$, $n > 1$, $a \in \mathbb{R}^+$ ve $x, y, z \in \mathbb{R}$ için

$x\sqrt[n]{a} + y\sqrt[n]{a} - z\sqrt[n]{a} = (x+y-z)\sqrt[n]{a}$

tir.

Örnek

$2\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$$2\cdot\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54} = 2\cdot\sqrt[3]{8\cdot2} + \sqrt[3]{27\cdot2}$$
$$= 2\cdot2\cdot\sqrt[3]{2} + 3\cdot\sqrt[3]{2} = 7\cdot\sqrt[3]{2} \text{ bulunur.}$$

Sıra Sizde

$2\cdot\sqrt[3]{3} - 4\sqrt[3]{24}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Örnek

$n \in \mathbb{Z}^+$, $n > 1$ ve $x, y \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt[n]{x}\cdot\sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x\cdot y}$ olduğunu gösterelim.

Çözüm

$\sqrt[n]{x}\cdot\sqrt[n]{y} = x^{\frac{1}{n}}\cdot y^{\frac{1}{n}} = (x\cdot y)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x\cdot y}$ olur.

Bilgi Kutusu

$n \in \mathbb{Z}^+$, $n > 1$ ve $x, y \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt[n]{x}\cdot\sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x\cdot y}$ tir.

Örnek

$n \in \mathbb{Z}^+$, $n > 1$ ve $x, y \in \mathbb{R}^+$ için $\dfrac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt{\dfrac{x}{y}}$ olduğunu gösterelim.

Çözüm

$\dfrac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \dfrac{x^{\frac{1}{n}}}{y^{\frac{1}{n}}} = \left(\dfrac{x}{y}\right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{\dfrac{x}{y}}$ olur.

Bilgi Kutusu

$n \in \mathbb{Z}^+$, $n > 1$ ve $x, y \in \mathbb{R}^+$ için $\dfrac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\dfrac{x}{y}}$ tir.

Örnek

$m, n \in \mathbb{Z}$, $n > 1$ ve $x \in \mathbb{R}^+$ için $(\sqrt[n]{x})^m = \sqrt[n]{x^m}$ olduğunu gösterelim.

Çözüm

$(\sqrt[n]{x})^m = (x^{\frac{1}{n}})^m = x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$ olur.

Bilgi Kutusu

$m, n \in \mathbb{Z}$, $n > 1$ ve $x \in \mathbb{R}^+$ için $(\sqrt[n]{x})^m = \sqrt[n]{x^m}$ tir.

Örnek

$m \in \mathbb{Z}$, n, $k \in \mathbb{Z}^+$, $n > 1$ ve $x \in \mathbb{R}^+$ için aşağıdaki eşitliklerin doğru olduğunu gösterelim.

a) $\sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n\cdot k]{x^{m\cdot k}}$ **b)** $\sqrt[n]{x^m} = \sqrt[\frac{n}{k}]{x^{\frac{m}{k}}}$

Çözüm

a) $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}} = x^{\frac{m\cdot k}{n\cdot k}} = \sqrt[n\cdot k]{x^{m\cdot k}}$ olur. **b)** $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}} = x^{\frac{\frac{m}{k}}{\frac{n}{k}}} = \sqrt[\frac{n}{k}]{x^{\frac{m}{k}}}$ olur.

Bilgi Kutusu

$m \in \mathbb{Z}$, n, $k \in \mathbb{Z}^+$, $n > 1$ ve $x \in \mathbb{R}^+$ için

$\sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n\cdot k]{x^{m\cdot k}} = \sqrt[\frac{n}{k}]{x^{\frac{m}{k}}}$ tir.

Örnek

$n \in \mathbb{Z}^+$, $n > 1$ ve x, $y \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt[n]{x^n\cdot y} = x\cdot\sqrt[n]{y}$ olduğunu gösterelim.

Çözüm

$\sqrt[n]{x^n\cdot y} = (x^n\cdot y)^{\frac{1}{n}} = x^{n\cdot\frac{1}{n}}\cdot y^{\frac{1}{n}} = x\cdot y^{\frac{1}{n}} = x\cdot\sqrt[n]{y}$ olur.

! $\sqrt{a^2\cdot b} = a\sqrt{b}$

Bilgi Kutusu

$n \in \mathbb{Z}^+$, $n > 1$ ve x, $y \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt[n]{x^n\cdot y} = x\cdot\sqrt[n]{y}$ tir.

Örnek

m, $n \in \mathbb{Z}^+$, $m > 1$, $n > 1$ ve $x \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt[m\cdot n]{x}$ olduğunu gösterelim.

Çözüm

$\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt[m]{x^{\frac{1}{n}}} = \left(x^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{1}{m}} = x^{\frac{1}{m\cdot n}} = \sqrt[m\cdot n]{x}$ olur.

! Kök dışındaki bir ifade kök içine alınırken ifadenin üssü kökün derecesi ile çarpılır.

Bilgi Kutusu

m, $n \in \mathbb{Z}^+$, $m > 1$, $n > 1$ ve $x \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt[m.n]{x}$ tir.

Örnek

$\dfrac{\sqrt[3]{9}\cdot\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{3}}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$\dfrac{\sqrt[3]{9}\cdot\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\dfrac{9\cdot 27}{3}} = \sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{3^3\cdot 3} = 3\cdot\sqrt[3]{3}$ bulunur.

Örnek

$\sqrt[3]{a^2}\cdot\sqrt[5]{a^4}$ işleminin sonucunu bulalım.

> **!** Kök dereceleri farklı olan ifadelerle çarpma, bölme işlemleri yapmak için kök dereceleri eşitlenmelidir.

Çözüm

$\sqrt[3]{a^2}\cdot\sqrt[5]{a^4} = \sqrt[3\cdot 5]{a^{2\cdot 5}}\cdot\sqrt[5\cdot 3]{a^{4\cdot 3}} = \sqrt[15]{a^{10}}\cdot\sqrt[15]{a^{12}} = \sqrt[15]{a^{10}\cdot a^{12}}$

$= \sqrt[15]{a^{15}\cdot a^7} = a\cdot\sqrt[15]{a^7}$ bulunur.

Örnek

$\dfrac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[4]{8}\cdot\sqrt[6]{4}}$ işleminin sonucunu bulalım.

> **!** Kök dereceleri, derecelerin en küçük ortak katında eşitlenir.

Çözüm

$\dfrac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[4]{8}\cdot\sqrt[6]{4}} = \dfrac{\sqrt[3]{2^4}}{\sqrt[4]{2^3}\cdot\sqrt[6]{2^2}} = \dfrac{\sqrt[3\cdot 4]{2^{4\cdot 4}}}{\sqrt[4\cdot 3]{2^{3\cdot 3}}\cdot\sqrt[6\cdot 2]{2^{2\cdot 2}}} = \dfrac{\sqrt[12]{2^{16}}}{\sqrt[12]{2^9}\cdot\sqrt[12]{2^4}}$

$= \sqrt[12]{\dfrac{2^{16}}{2^9\cdot 2^4}} = \sqrt[12]{2^{16-9-4}} = \sqrt[12]{2^3} = \sqrt[4]{2}$ bulunur.

Sıra Sizde

$\dfrac{\sqrt{8}\cdot\sqrt[5]{2}}{\sqrt[10]{16}}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Örnek

$\sqrt[3]{\sqrt[3]{9}\cdot\sqrt[4]{3}}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$\sqrt[3]{\sqrt[3]{9}\cdot\sqrt[4]{3}} = \sqrt[3\cdot 3]{3^2\cdot\sqrt[4]{3}} = \sqrt[9]{\sqrt[4]{3^{2\cdot 4}\cdot 3}} = \sqrt[9\cdot 4]{3^9} = \sqrt[36]{3^9} = \sqrt[4]{3}$ bulunur.

Sıra Sizde

$a = \sqrt{\sqrt[3]{4}}$ olduğuna göre $\sqrt[3]{8}$ in a türünden eşitini bulunuz.

Örnek

Aşağıdaki ifadelerin paydalarını rasyonel yapalım.

a) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ **b)** $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$ **c)** $\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

Çözüm

a) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{3} = 3$ bir rasyonel sayı olduğu için $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ ifadesini $\sqrt{3}$ sayısı ile genişletmeliyiz.

$$\underset{(\sqrt{3})}{\dfrac{2}{\sqrt{3}}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3} \text{ olur.}$$

b) $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{2^3} = 2$ bir rasyonel sayı olduğu için $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$ ifadesini $\sqrt[3]{2^2}$ sayısı ile genişletmeliyiz.

$$\underset{(\sqrt[3]{2^2})}{\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}} = \dfrac{1\cdot\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{2^2}} = \dfrac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2^3}} = \dfrac{\sqrt[3]{4}}{2} \text{ olur.}$$

c) $(\sqrt{5}-\sqrt{2})\cdot(\sqrt{5}+\sqrt{2}) = 5-2 = 3$ bir rasyonel sayı olduğu için $\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ ifadesini $\sqrt{5}+\sqrt{2}$ sayısı ile genişletmeliyiz.

$$\underset{(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}} = \dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{5-2} = \dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{3} \text{ olur.}$$

> **!** Çarpımı rasyonel sayı olan iki ifade birbirinin eşleniğidir.

> **!** $\sqrt{a}\cdot\sqrt{a} = a$
> $(\sqrt{a}-\sqrt{b})\cdot(\sqrt{a}+\sqrt{b}) = a - b$

> **!** $(a-b)\cdot(a+b) = a^2 - b^2$

Örnek

$\dfrac{6}{\sqrt{3}} + \dfrac{3}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$$\underset{(\sqrt{3})}{\dfrac{6}{\sqrt{3}}} + \underset{(\sqrt{6}+\sqrt{3})}{\dfrac{3}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}} = \dfrac{6\sqrt{3}}{3} + \dfrac{3(\sqrt{6}+\sqrt{3})}{6-3}$$

$$= 2\sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{3} = \sqrt{6} + 3\sqrt{3} \text{ bulunur.}$$

Sıra Sizde

$\dfrac{4}{3-\sqrt{3}} - \dfrac{2}{\sqrt{3}}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Örnek

$\sqrt{8+2\sqrt{12}}$ ifadesini $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ şeklinde yazalım.

! $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

Çözüm

$$\sqrt{8+2\sqrt{12}} = \sqrt{6+2+2\sqrt{6 \cdot 2}}$$
$$= \sqrt{6+2 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{2}+2}$$
$$= \sqrt{(\sqrt{6})^2+2 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{2}+(\sqrt{2})^2}$$
$$= \sqrt{(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2} = \left|\sqrt{6}+\sqrt{2}\right| = \sqrt{6}+\sqrt{2} \text{ bulunur.}$$

Bilgi Kutusu

$\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}}$ biçimindeki köklü ifadelerde $a = x + y$ ve $b = x \cdot y$ olmak üzere $\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}} = \sqrt{x} \pm \sqrt{y}$ $(x > y)$ şeklinde yazılır.

Örnek

$\sqrt{3+\sqrt{8}} - \sqrt{3-\sqrt{8}}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$$\sqrt{3+\sqrt{8}} - \sqrt{3-\sqrt{8}} = \sqrt{3+\sqrt{4 \cdot 2}} - \sqrt{3-\sqrt{4 \cdot 2}}$$

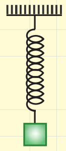
$$\sqrt{\underset{\downarrow}{\underset{1+2}{3}}+2\sqrt{\underset{\downarrow}{\underset{1 \cdot 2}{2}}}} - \sqrt{\underset{\downarrow}{\underset{1+2}{3}}-2\sqrt{\underset{\downarrow}{\underset{1 \cdot 2}{2}}}} = (\sqrt{2}+\sqrt{1}) - (\sqrt{2}-\sqrt{1}) = 2 \text{ bulunur.}$$

Sıra Sizde

$\sqrt{6+\sqrt{20}}$ ifadesini $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ şeklinde yazınız.

Köklü İfade İçeren Denklemler

Yay sarkacı, serbest durumda bulunan esnek bir yayın ucuna bir cismin asılması ile oluşan sistemdir. Bu cisim basit harmonik hareket yapıyorsa hareketin periyodu $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ denklemi ile hesaplanır. (k: Yay sabiti (N/m) ve m: kütle (kg))



Yay sabiti 60 N/m olan bir yaya bir cisim asılarak t = 0 anında denge konumunda iken basit harmonik hareket yapması sağlanıyor.

» Yaya kaç kilogram kütleli bir cisim asılırsa hareketin periyodu 3 saniye olur? ($\pi = 3$ alınız.)

Bir devir süresince geçen süreye **periyot** denir.

Bilgi Kutusu

Değişkenin kök içinde yer aldığı denklemlere **köklü denklemler** denir.

Örnek

$\sqrt{x} + 4 = 10$ denkleminin gerçek sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$\sqrt{x} + 4 = 10 \Rightarrow \sqrt{x} = 6 \Rightarrow (\sqrt{x})^2 = 6^2 \Rightarrow x = 36$ bulunur.

x = 36 değerini $\sqrt{x} + 4 = 10$ denkleminde yerine yazalım.

$\sqrt{36} + 4 = 6 + 4 = 10$ olup x = 36 denklemi sağlar.

O hâlde verilen denklemin çözüm kümesi {36} dır.

Köklü ifade içeren denklemlerin çözümünden elde edilen değerin başlangıçtaki denklemi sağlayıp sağlamadığı kontrol edilmelidir.

Örnek

$\sqrt{4^{x+2}} = (\sqrt[3]{16})^{x+1}$ denkleminin gerçek sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$$\sqrt{4^{x+2}} = (\sqrt[3]{16})^{x+1} \Rightarrow 4^{\frac{x+2}{2}} = 16^{\frac{x+1}{3}} \Rightarrow 4^{\frac{x+2}{2}} = 4^{2\left(\frac{x+1}{3}\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{x+2}{2} = \frac{2(x+1)}{3} \Rightarrow 3x + 6 = 4x + 4 \Rightarrow x = 2 \text{ olur.}$$

$x = 2 \Rightarrow \sqrt{4^{2+2}} = (\sqrt[3]{16})^{2+1} \Rightarrow \sqrt{4^4} = \left(\sqrt[3]{4^2}\right)^3 \Rightarrow 16 = 16$ olup x = 2 denklemi sağlar. O hâlde verilen denklemin çözüm kümesi {2} dir.

Örnek

$\sqrt{x^2 - 3} = x - 3$ denkleminin gerçek sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$\sqrt{x^2 - 3} = x - 3 \Rightarrow x^2 - 3 = (x - 3)^2 \Rightarrow x^2 - 3 = x^2 - 6x + 9$

$\Rightarrow 6x = 12 \Rightarrow x = 2$ olur.

$x = 2 \Rightarrow \sqrt{2^2 - 3} = 2 - 3 \Rightarrow 1 \neq -1$ olup $x = 2$ denklemi sağlamaz. O hâlde verilen denklemin çözüm kümesi $\varnothing$ dir.

Örnek

$\sqrt[3]{2\sqrt{3}} = \sqrt[6]{3\sqrt{x}}$ denkleminin gerçek sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$\sqrt[3]{2\sqrt{3}} = \sqrt[6]{3\sqrt{x}} \Rightarrow \sqrt[3]{\sqrt{2^2 \cdot 3}} = \sqrt[6]{\sqrt{3^2 \cdot x}} \Rightarrow \sqrt[6]{12} = \sqrt[12]{9x}$

$\Rightarrow \sqrt[6 \cdot 2]{12^2} = \sqrt[12]{9x} \Rightarrow \sqrt[12]{144} = \sqrt[12]{9x}$

$\Rightarrow 9x = 144 \Rightarrow x = 16$ bulunur.

$x = 16 \Rightarrow \sqrt[3]{2\sqrt{3}} = \sqrt[6]{3\sqrt{16}} \Rightarrow \sqrt[6]{12} = \sqrt[6]{12}$ olup $x = 16$ denklemi sağlar. O hâlde verilen denklemin çözüm kümesi $\{16\}$ dır.

Örnek

$9^{\sqrt{x+2}} - 3^{\sqrt{x+2}+3} = 0$ denkleminin gerçek sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$9^{\sqrt{x+2}} - 3^{\sqrt{x+2}+3} = 0 \Rightarrow 3^{2\sqrt{x+2}} = 3^{\sqrt{x+2}+3} \Rightarrow 2\sqrt{x+2} = \sqrt{x+2} + 3$

$\Rightarrow \sqrt{x+2} = 3 \Rightarrow x + 2 = 9 \Rightarrow x = 7$ olur.

$x = 7 \Rightarrow 9^{\sqrt{7+2}} - 3^{\sqrt{7+2}+3} = 9^3 - 3^6 = 3^6 - 3^6 = 0$ olup $x = 7$ denklemi sağlar. O hâlde verilen denklemin çözüm kümesi $\{7\}$ dir.

Sıra Sizde

$\dfrac{1}{\sqrt{2x+1}} + \dfrac{6}{\sqrt{18x+9}} = 1$ denkleminin gerçek sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.

1. $\sqrt{(-7)^2} + \sqrt[5]{(-6)^5} + \sqrt[4]{2^4}$ işleminin sonucu kaçtır?

2. Aşağıda verilen üslü ifadelerin değerini bulunuz.

   a) $16^{\frac{3}{2}}$ **b)** $32^{\frac{6}{5}}$ **c)** $27^{\frac{2}{3}}$ **ç)** $12^{\frac{3}{2}}$

3. Aşağıda verilen ifadelerin paydalarını rasyonel yapınız.

   a) $\dfrac{5}{\sqrt{7}}$ **b)** $\dfrac{3}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}$ **c)** $\dfrac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

4. $2\sqrt{75} - \sqrt{32} + 3\sqrt{50} + 3\sqrt{108}$ işleminin sonucunu bulunuz.

5. $\dfrac{\sqrt{0,68} + \sqrt{1,53}}{\sqrt{272}}$ işleminin sonucunu bulunuz.

6. $\sqrt{16 + 6\sqrt{7}} - \sqrt{16 - 6\sqrt{7}}$ işleminin sonucunu bulunuz.

7. $\sqrt{\dfrac{20^6 - 10^6}{10^6 - 5^6}}$ işleminin sonucunu bulunuz.

8. Basit sarkacın tam bir salınımı için geçen süreye sarkacın periyodu denir. ℓ sarkacın boyunun metre cinsinden değeri ve T periyot olmak üzere $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{9,8}}$ ile hesaplanır. Buna göre

   a) Periyodu 1,5 sn olan bir sarkacın boyu kaç metredir?

   b) 4,9 metrelik bir sarkacın periyodu nedir?

   (π yerine 3 alınız.)

9. $\sqrt{2x+2} - 1 = 3$ denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

10. $\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{\sqrt{4}}} = \sqrt[3]{x}$ denkleminin gerçek sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.

11. $\sqrt[3]{49^{2x-1}} = (\sqrt[3]{7})^{2x}$ denkleminin gerçek sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.

12. $5^{\sqrt{x+3}} - 25^{\sqrt{x+3}-2} = 0$ denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

Sembol ve Gösterimler

%

$\frac{a}{b}$

a : b

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

a : b = c : d

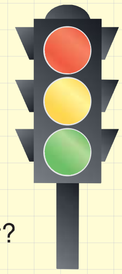
9.3.5. DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER İLE İLGİLİ UYGULAMALAR

İbrahim Bey araç almak için satış temsilcisi ile görüşüyor. Satış temsilcisi İbrahim Bey'in beğendiği iki aracı tanıtırken yakıt tüketimi ile ilgili bilgi veriyor. Araçlardan birinin 25 litre benzinle 280 km yol, diğerinin ise 30 litre benzinle 327 km yol gidebileceğini söylüyor.

❄ İbrahim Bey ekonomik aracı almak isterse hangisini tercih etmelidir?

9.3.5.1. Oran ve Orantı

Gerçek uzunluğu 2 metre 15 cm olan bir trafik lambasının $\frac{1}{43}$ oranında küçültülmüş bir maketi hazırlanacaktır.



» Maket trafik lambasının uzunluğu kaç santimetredir?

Bilgi Kutusu

- En az birisi sıfırdan farklı, aynı birimden iki çokluğun karşılaştırılmasına (bölümüne) **oran** denir. a nın b ye oranı $\frac{a}{b}$ veya a : b şeklinde gösterilir.
- İki ya da fazla oranın birbirine eşitlenmesine **orantı** denir. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ veya a : b = c : d şeklinde ifade edilir. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ = k eşitliğindeki k değerine orantı sabiti, b ve c sayılarına içler, a ve d sayılarına dışlar adı verilir.

Örnek

Bir sınıfta 12 kız, 16 erkek öğrenci vardır.

Buna göre aşağıda istenilenleri bulalım.

a) Kız öğrenci sayısının sınıf mevcuduna oranı kaçtır?

b) Kız öğrenci sayısının erkek öğrenci sayısına oranı kaçtır?

c) Erkek öğrenci sayısının sınıf mevcuduna oranı kaçtır?

Çözüm

a) $\dfrac{\text{Kız öğrenci sayısı}}{\text{Sınıf mevcudu}} = \dfrac{12}{12+16} = \dfrac{12}{28} = \dfrac{3}{7}$ olur.

b) $\dfrac{\text{Kız öğrenci sayısı}}{\text{Erkek öğrenci sayısı}} = \dfrac{12}{16} = \dfrac{3}{4}$ olur.

c) $\dfrac{\text{Erkek öğrenci sayısı}}{\text{Sınıf mevcudu}} = \dfrac{16}{12+16} = \dfrac{16}{28} = \dfrac{4}{7}$ olur.

Bilgi Kutusu

Orantının Özellikleri

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d} = k$ orantısı için;

1) $a \cdot d = b \cdot c$ dir. Yani içler çarpımı dışlar çarpımına eşittir.

2) $\dfrac{d}{b} = \dfrac{c}{a}$ dır. Yani dışlar kendi arasında yer değiştirebilir.

$\dfrac{a}{c} = \dfrac{b}{d}$ dir. Yani içler kendi arasında yer değiştirebilir.

$\dfrac{b}{a} = \dfrac{d}{c}$ dir. Yani eşitliğin iki tarafının çarpma işlemine göre tersi alınabilir.

3) $\dfrac{a+c}{b+d} = k$ dir. Yani oranların paylarının toplamı, paydalarının toplamına bölünürse orantı sabiti değişmez.

$m \neq 0$ ve $n \neq 0$ olmak üzere $\dfrac{a}{b}$ kesri m ile genişletilip, $\dfrac{c}{d}$ kesri n ile genişletilir ise $\dfrac{m \cdot a + n \cdot c}{m \cdot b + n \cdot d} = k$ olur.

4) $\dfrac{a \cdot c}{b \cdot d} = k^2$ dir. Yani oranlar çarpılırsa orantı sabitinin karesi elde edilir.

! Altın oran, doğada birçok canlı ve cansız varlığın yapısında bulunan özel bir orandır. Bu oran 1,6180339887... şeklindedir.

Altın oran deniz kabuklarında, insan vücudunda, kar kristallerinde, kozalaklarda, ağaç dallarında, ay çekirdeğinde, DNA'nın yapısında vb. görülür.

Altın oran eski Mısırlılar ve Yunanlılar tarafından keşfedilmiş, mimaride ve sanatta kullanılmıştır.

Örnek

a, b, c sayıları sırası ile 2, 3 ve 5 ile orantılıdır.

$a + b + c = 30$ olduğuna göre a, b ve c değerlerini bulalım.

Çözüm

$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5} = k$ dir. Bu durumda $a = 2k$, $b = 3k$ ve $c = 5k$ olur.

$a + b + c = 30 \Rightarrow 2k + 3k + 5k = 30 \Rightarrow 10k = 30 \Rightarrow k = 3$ bulunur.

O hâlde $a = 2k = 2 \cdot 3 = 6$, $b = 3k = 3 \cdot 3 = 9$, $c = 5k = 5 \cdot 3 = 15$ olur.

Örnek

$\frac{3}{a} = \frac{4}{b}$ ve $b + 2a = 40$ olduğuna göre a nın değerini bulalım.

Çözüm

$\frac{3}{a} = \frac{4}{b} \Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{b}{4} = k$ dir. O hâlde $a = 3k$ ve $b = 4k$ olur.

$b + 2a = 40 \Rightarrow 4k + 2 \cdot 3k = 40 \Rightarrow 10k = 40 \Rightarrow k = 4$ bulunur.

Buradan $a = 3k = 3 \cdot 4 = 12$ bulunur.

Örnek

a, b, c pozitif tam sayılar ve $\frac{a}{b} = 2$, $\frac{b}{c} = \frac{2}{3}$ olduğuna göre

$a + b + c$ nin en küçük değerini bulalım.

Çözüm

$\frac{a}{b} = \frac{2}{1} = \frac{4}{2}$ olur. $\frac{a}{b} = \frac{4}{2}$ ve $\frac{b}{c} = \frac{2}{3}$ olduğundan

$a = 4k$, $b = 2k$, $c = 3k$ olur.

$a + b + c$ nin en küçük değeri için $k = 1$ alınmalıdır.

Buradan $a + b + c = 4k + 2k + 3k = 9k = 9 \cdot 1 = 9$ bulunur.

Örnek

a, b, c ve d gerçek sayılar olmak üzere $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{3}{5}$ olduğuna göre

$\frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2}$ ifadesinin değerini bulalım.

Çözüm

$\frac{a}{b} = \frac{b}{d} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2} = \frac{9}{25} \Rightarrow \frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2} = \frac{9}{25}$ bulunur.

Örnek

a, b, c, d, e ve f sıfırdan gerçek sayılar olmak üzere $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{3}{4}$ orantısında $3a + 2c - e = 12$ ve $2d - f = 4$ olduğuna göre b değerini bulalım.

Çözüm

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{3a + 2c - e}{3b + 2d - f} = \frac{3}{4}$$
$$\Rightarrow \frac{12}{3b + 4} = \frac{3}{4}$$
$$\Rightarrow 48 = 9b + 12$$
$$\Rightarrow 36 = 9b$$
$\Rightarrow b = 4$ bulunur.

Sıra Sizde

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 3$ olmak üzere $\frac{a \cdot d \cdot e}{b \cdot c \cdot f}$ ifadesinin değerini bulunuz.

Örnek

Bir araç 100 km yolda 9 litre benzin yakıyor.

Aracın 200 km, 300 km, 400 km ve 500 km yol aldığında kaç litre benzin yakacağını bulalım.

Çözüm

Araç her 100 km de 9 litre benzin yaktığı için 200 km de 18 lt, 300 km de 27 lt, 400 km de 36 lt ve 500 km de 45 lt benzin yakar. Tablo üzerinden görüldüğü gibi aracın aldığı yol arttıkça yaktığı benzin de artmaktadır.

Aracın Aldığı Yol (km)	100	200	300	400	500
Aracın Yaktığı Benzin (L)	9	18	27	36	45

Bilgi Kutusu

İki çokluktan biri artarken diğeri aynı oranda artıyorsa ya da biri azalırken diğeri aynı oranda azalıyorsa bu iki çokluk doğru orantılıdır. $k > 0$ olmak üzere x ile y doğru orantılı ise $\frac{x}{y} = k$ dir.

Örnek

Dilek Hanım'ın 6, 8 ve 12 yaşlarında üç çocuğu vardır. Dilek Hanım, 52 TL yi üç çocuğuna yaşları ile doğru orantılı olarak paylaştırıyor.

Her birine kaç lira harçlık düşeceğini bulalım.

Çözüm

6 yaşında olan çocuğun alacağı harçlık miktarı a, 8 yaşında olan çocuğun alacağı harçlık b, 12 yaşında olan çocuğun alacağı harçlık miktarı c olsun.

Çocukların alacağı harçlık miktarı yaşlarıyla doğru orantılı olacağından

$\frac{a}{6} = \frac{b}{8} = \frac{c}{12} = k$ olur.

O hâlde $a = 6k$, $b = 8k$ ve $c = 12k$ dir. Dilek Hanım'ın çocuklarına dağıtacağı para 52 TL olduğundan $a + b + c = 52$ olur.

$a + b + c = 52 \Rightarrow 6k + 8k + 12k = 52 \Rightarrow 26k = 52 \Rightarrow k = 2$ bulunur.

6 yaşında olan çocuk $a = 6k = 6 \cdot 2 = 12$ TL,

8 yaşında olan çocuk $b = 8k = 8 \cdot 2 = 16$ TL,

12 yaşında olan çocuk $c = 12k = 12 \cdot 2 = 24$ TL harçlık alır.

Örnek

$x - 2$ ile $y + 5$ doğru orantılı iki çokluk olmak üzere $x = 4$ iken $y = -1$ olduğuna göre $y = 2$ iken x in değerini bulalım.

Çözüm

$x - 2$ ile $y + 5$ doğru orantılı ise $\frac{x-2}{y+5} = k$ dir.

$x = 4$ iken $y = -1$ ise $\frac{4-2}{-1+5} = k \Rightarrow k = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ olur.

$y = 2$ ve $k = \frac{1}{2}$ olduğundan

$\frac{x-2}{2+5} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x - 4 = 7 \Rightarrow 2x = 11 \Rightarrow x = \frac{11}{2}$ bulunur.

Sıra Sizde

Kek yapılması için gerekli olan un, şeker ve süt miktarları sırasıyla 5, 2 ve 1 sayıları ile doğru orantılıdır.

400 gram un kullanılan bir kekte kaç gram şeker ve süt kullanılacağını bulunuz.

Bilgi Kutusu

a, b, c ve x gerçek sayılar olmak üzere a ile b ve c ile x arasında doğru orantı varsa

$$\begin{array}{ccc} a & \times & b \\ c & & x \\ \hline \end{array}$$

$b \cdot c = a \cdot x$ olur.

Örnek

Mehmet Usta 4 odayı 6 saatte boyamaktadır.

Mehmet Usta'nın aynı büyüklükte 18 odayı kaç saatte boyayacağını bulalım.

Çözüm

Boyanacak oda sayısı arttıkça boyama süresi de artacaktır. Bu nedenle oda sayısı ile boyama süresi doğru orantılıdır.

$$\begin{array}{rcl} 4 \text{ oda} & \times & 6 \text{ saatte boyanırsa} \\ 18 \text{ oda} & & x \text{ saatte boyanır} \\ \hline \end{array}$$

$4 \cdot x = 6 \cdot 18 \Rightarrow x = 27$ olur.

O hâlde Mehmet Usta 18 odayı 27 saatte boyar.

Örnek

Bir grup arkadaş çadır kurarak kamp yapacaktır. Bunun için yola çıkarken yanlarına 1 kişiye 60 gün yetecek kadar yiyecek almışlardır.

Yanlarındaki yiyeceğin 3 kişiye ne kadar yeteceğini bulalım.

Çözüm

1 kişiye 60 gün yetecek kadar yiyecek vardır. O hâlde 3 kişiye bu yiyecek 20 gün kadar yeter. Kişi sayısı arttıkça yiyeceğin yeteceği gün sayısı azalmıştır.

Bilgi Kutusu

İki çokluktan biri azalırken diğeri aynı oranda artıyorsa ya da biri artarken diğeri aynı oranda azalıyorsa bu iki çokluk ters orantılıdır.

$k > 0$ olmak üzere y ile x ters orantılı ise $y \cdot x = k$ tir.

Örnek

47 tane cevizi 3 çocuk, yaşları ile ters orantılı olacak şekilde paylaşacaklardır.

Çocuklar 6, 8 ve 10 yaşlarında olduğuna göre büyük olan çocuğun kaç tane ceviz alacağını bulalım.

Çözüm

6, 8 ve 10 yaşlarındaki çocukların aldıkları ceviz sayıları sırası ile a, b ve c olmak üzere $6a = 8b = 10c = k$ olur.

Buradan $a = \frac{k}{6}$, $b = \frac{k}{8}$ ve $c = \frac{k}{10}$ olur.

$$a + b + c = 47 \Rightarrow \underset{(20)}{\frac{k}{6}} + \underset{(15)}{\frac{k}{8}} + \underset{(12)}{\frac{k}{10}} = 47$$

$$\Rightarrow \frac{20k + 15k + 12k}{120} = 47$$

$$\Rightarrow 47k = 47 \cdot 120 \Rightarrow k = 120 \text{ bulunur.}$$

Büyük olan çocuk $\frac{k}{10} = \frac{120}{10} = 12$ tane ceviz alır.

Örnek

Bir yağ fabrikasında çalışan dört işçi 231 teneke yağ taşımışlardır. Çınar ile Deniz'in taşıdığı teneke sayısı sırası ile 3 ve 4 ile doğru, Özgür ve Barış'ın taşıdığı teneke sayısı sırası ile 2 ve 5 ile ters orantılıdır.

İşçilerden her birinin taşıdığı teneke sayısını bulalım.

Çözüm

Çınar, Deniz, Özgür ve Barış'ın taşıdığı teneke sayısı sırası ile a, b, c ve d olsun.

O hâlde $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = c \cdot 2 = d \cdot 5 = k$ olur.

Buradan, $a = 3k$, $b = 4k$, $c = \frac{k}{2}$ ve $d = \frac{k}{5}$ olur.

$$a + b + c + d = 231 \Rightarrow 3k + 4k + \frac{k}{2} + \frac{k}{5} = 231$$

$$\Rightarrow 30k + 40k + 5k + 2k = 231 \cdot 10$$

$$\Rightarrow 77k = 2310 \Rightarrow k = 30 \text{ bulunur.}$$

O hâlde Çınar $3k = 3 \cdot 30 = 90$ teneke; Deniz $4k = 4 \cdot 30 = 120$ teneke; Özgür $\frac{k}{2} = \frac{30}{2} = 15$ teneke; Barış $\frac{k}{5} = \frac{30}{5} = 6$ teneke yağ taşımışlardır.

Örnek

$a + 2$ sayısı ile $2b + 2$ sayısı ters orantılı iki çokluk olmak üzere $a = 2$ için $b = 4$ olduğuna göre $a = 8$ için b nin değerini bulalım.

Çözüm

$a + 2$ ile $2b + 2$ ters orantılı olduğundan $(a + 2)\cdot(2b + 2) = k$ olur.

$a = 2$, $b = 4$ için $(2 + 2)\cdot(2\cdot4 + 2) = k \Rightarrow k = 40$ bulunur.

$a = 8$, $k = 40$ için $(8 + 2)\cdot(2b + 2) = 40 \Rightarrow 2b + 2 = 4 \Rightarrow b = 1$ olur.

Sıra Sizde

Kemal, Mert ve Hasan isimli üç arkadaş 130 tane bilyeyi sırasıyla 2, 3 ve 4 ile ters orantılı olacak şekilde paylaşmışlardır.

Her birinin kaç bilye aldığını hesaplayınız.

Bilgi Kutusu

a, b, c ve x gerçek sayılar olmak üzere a ile b ve c ile x arasında ters orantı varsa

$a \longleftrightarrow b$

$c \longleftrightarrow x$

a.b = c.x olur.

Örnek

Sinem bir yolu saatte 80 km/sa. hız yapan bir otobüs ile 6 saatte gidiyor. Sinem aynı yolu başka bir otobüs ile 8 saatte döndüğüne göre otobüsün dönüşteki hızının saatte kaç kilometre olduğunu bulalım.

Çözüm

80 km/sa hızla $\longleftrightarrow$ 6 saatte gidiyor

x $\longleftrightarrow$ 8 saatte dönüyor

$8\cdot x = 80\cdot6 \Rightarrow x = 60$ olur.

O hâlde otobüsün dönüşteki hızı 60 km/sa. tir.

ALIŞTIRMALAR

1. $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ ve $x + y + z = 27$ ise y kaçtır?

2. 39 kişilik bir sınıfta kız öğrencilerin sayısı 7, erkek öğrencilerin sayısı 6 ile orantılıdır. Kız ve erkek öğrencilerin sayısını bulunuz.

3. Bir üçgenin iç açılarının ölçüleri 3, 5, 7 ile orantılıdır. Bu üçgenin en büyük dış açısının ölçüsünü bulunuz.

4. a ve b sayıları ters orantılı olduğuna göre yandaki tabloyu tamamlayınız.

a	2	3	4	6	8	12	18	24
b	36		18					

5. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{4}{5}$ olduğuna göre $\left(\frac{a+b}{a}\right) \cdot \left(\frac{d-c}{c}\right)$ kaçtır?

6. Bir çita 120 metreyi 4,1 saniyede, bir antilop 50 metreyi 2,1 saniyede koşabilmektedir. Hangisinin daha hızlı olduğunu bulunuz.

7. x sayısı y ile doğru, z ile ters orantılıdır. $x = 3$, $y = 7$ iken $z = 4$ olduğuna göre $x = 4$, $y = 2$ iken z kaçtır?

8. 35 000 m^2 arsası bulunan Cenk Bey arsasını satmak istiyor. Bu arsayı 5 ile doğru, 2 ve 3 ile ters orantılı olacak şekilde 3 parçaya ayırıyor. Her bir parçanın kaç metrekare olduğunu bulunuz.

9. Mehmet Usta, bir kalası 5 parçaya 16 dakikada bölebiliyorsa aynı kalası Mehmet Usta'nın 7 parçaya kaç dakikada bölebileceğini bulunuz.